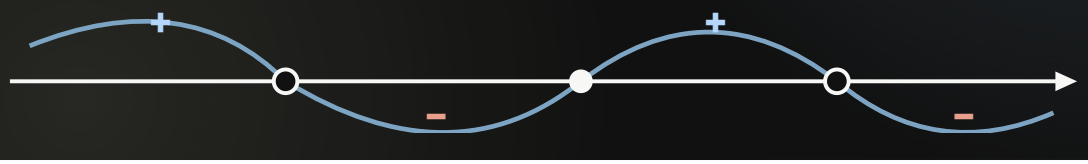
ХОРОШИСТ

ПОДГОТОВКА К ОГЭ · МАТЕМАТИКА

Неравенства

Рабочая тетрадь: от нуля до второй части ОГЭ

метод интервалов — главная тема · 196 заданий · ответы и решения в конце



Фамилия и имя _____ Класс _____ Начал(а) _____

Содержание и прогресс

№	Раздел	Заданий	Верно	Дата
1	**Числовые промежутки** запись, рисунок, пересечение и объединение	24		
2	**Свойства неравенств** когда знак меняется	16		
3	**Линейные неравенства** скобки, дроби, особые случаи	19		
4	**Системы и двойные неравенства** общая часть решений	17		
5	**Формат ОГЭ №13: линейные** выбор ответа по рисунку	8		
6	**Метод интервалов** центральная тема тетради	30		
7	**Квадратные неравенства** парабола и метод интервалов	30		
8	**Формат ОГЭ №13: квадратные** выбор ответа	8		
9	**Дробно-рациональные неравенства** знаменатель и перенос	18		
10	**Вторая часть ОГЭ (№20)** приёмы и полные решения	16		
И	**Итоговая проверка** 10 заданий на 45 минут	10		

Как работать с тетрадью

1. Прочитай рамку с правилом. Голубая рамка — то, что нужно помнить.
2. Разбери пример на зелёном фоне с карандашом: повтори каждый шаг сам.
3. Решай задания по порядку. Уровень показан точками: ● ○ ○ — базовый, ● ● ○ — средний, ● ● ● — уровень второй части.
4. Решение пиши в тетради, в рабочей тетради — только ответ.
5. Проверь ответы в конце и впиши результат в таблицу. Если верно меньше 70 % заданий раздела — разбери ошибки и вернись к рамке с правилом.

Где неравенства на ОГЭ

№13 (часть 1, 1 балл) — решить линейное или квадратное неравенство либо систему и выбрать верный ответ из четырёх: рисунков на числовой прямой или промежутков.

№20 (часть 2, 2 балла) — неравенство с полным решением: метод интервалов, вынесение общего множителя, замена переменной, иррациональные концы промежутков.

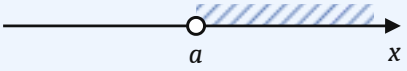
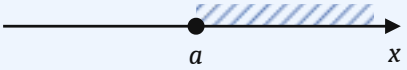
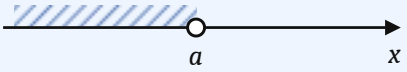
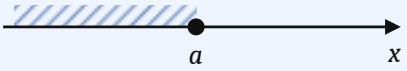
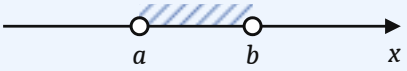
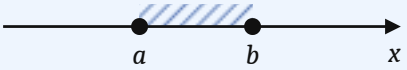
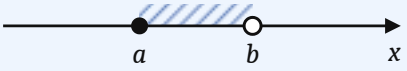
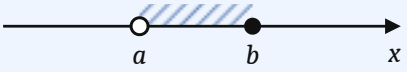
Структура ОГЭ-2027 по математике сохранена такой же, как в 2026 году.

РАЗДЕЛ 1

1 Числовые промежутки

Ответ к любому неравенству записывают промежутком. Начнём с языка: скобки, точки и штриховка.

Неравенство ↔ промежуток ↔ рисунок

НЕРАВЕНСТВО	ПРОМЕЖУТОК	РИСУНОК	НАЗВАНИЕ
$x > a$	$(a; +\infty)$		открытый луч
$x \geq a$	$[a; +\infty)$		луч
$x < a$	$(-\infty; a)$		открытый луч
$x \leq a$	$(-\infty; a]$		луч
$a < x < b$	$(a; b)$		интервал
$a \leq x \leq b$	$[a; b]$		отрезок
$a \leq x < b$	$[a; b)$		полуинтервал
$a < x \leq b$	$(a; b]$		полуинтервал

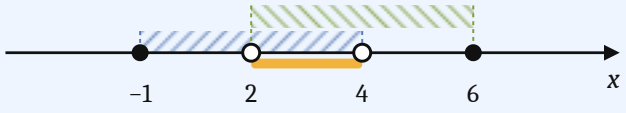
● закрашенная точка и **[ ]** квадратная скобка — число **входит** (знаки ≥, ≤).

○ выколотая точка и **( )** круглая скобка — число **не входит** (знаки >, <).

У бесконечности скобка всегда круглая: (-∞; 3], [2; +∞).

Концы промежутка разделяют точкой с запятой, левый конец меньше правого.

Пересечение ∩ и объединение ∪



$A = [-1; 4)$ — синяя штриховка, $B = (2; 6]$ — зелёная.

Пересечение $A \cap B$ — числа, которые есть в **обоих** промежутках (двойная штриховка): **(2; 4)**.

Объединение $A \cup B$ — числа, которые есть **хотя бы в одном**: **[−1; 6]**.

Пересечение нужно для систем, объединение — для ответа из нескольких кусков.

1.A. Запишите промежуток, который задаёт неравенство

1.1 $x > -3$

Ответ: _____

1.2 $x \leq 5$

Ответ: _____

1.3 $x \geq 1{,}5$

Ответ: _____

1.4 $x < 0$

Ответ: _____

1.5 $-2 \leq x < 4$

Ответ: _____

1.6 $0 < x \leq 7$

Ответ: _____

1.B. Запишите неравенство, которое задаёт промежуток

1.7 $[1; +\infty)$
Ответ: _____

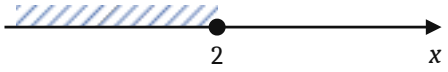
1.8 $(-\infty; -4)$
Ответ: _____

1.9 $(-1; 6]$
Ответ: _____

1.10 $[-5; 0]$
Ответ: _____

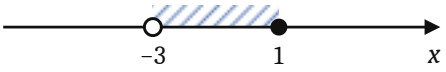
1.C. Запишите промежуток, изображённый на рисунке

1.11



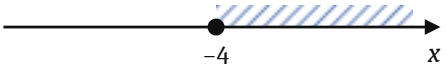
Ответ: _____

1.12



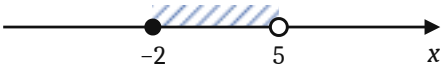
Ответ: _____

1.13



Ответ: _____

1.14



Ответ: _____

1.D. Найдите пересечение или объединение промежутков

Если общих чисел нет, запишите «нет общих чисел» (пустое множество ∅).

1.15 $(-\infty; 5] \cap [2; +\infty)$
Ответ: _____

1.16 $(-3; 4) \cap (1; 8]$
Ответ: _____

1.17 $(-\infty; -1) \cap (2; +\infty)$
Ответ: _____

1.18 $[3; +\infty) \cap (-\infty; 3]$
Ответ: _____

1.19 $(-\infty; 2) \cup [2; 5]$
Ответ: _____

1.20 $(-4; 1] \cup [-2; 3)$
Ответ: _____

1.E. Целые числа в промежутке

1.21 Сколько целых чисел содержит промежуток $(-3; 4]$?
Ответ: _____

1.22 Найдите наименьшее целое число из промежутка $(-2{,}5; 6)$.
Ответ: _____

1.23 Найдите наибольшее целое число из промежутка $(-\infty; 3)$.
Ответ: _____

1.24 Найдите сумму целых чисел из промежутка $[-4; 3)$.
Ответ: _____

РАЗДЕЛ 2

2 Свойства неравенств

Неравенство решают почти как уравнение. Отличие одно, и на нём теряют больше всего баллов.

Три правила

1

Перенос. Слагаемое переносят в другую часть с противоположным знаком. Знак неравенства сохраняется.

$2x - 5 > 7 \Rightarrow 2x > 12$

2

Умножение и деление на положительное число. Знак неравенства сохраняется.

$4x \le 20 \Rightarrow x \le 5$

3

Умножение и деление на отрицательное число. Знак неравенства **меняется на противоположный**.

$-3x > 12 \Rightarrow x < -4$

Почему так: 2 < 5, но после умножения на (-1) получаем -2 > -5. Умножение на минус «отражает» числа относительно нуля, и порядок переворачивается.

2.A. Решите неравенство

Следите за знаком при делении на отрицательное число.

2.1 $-3x > 12$ Ответ: _____

2.2 $-x \le 5$ Ответ: _____

2.3 $0{,}5x \ge -2$ Ответ: _____

2.4 $\frac{x}{4} < -2$ Ответ: _____

2.5 $-\frac{x}{3} \ge 2$ Ответ: _____

2.6 $7 - x > 0$ Ответ: _____

2.7 $-2x < -8$ Ответ: _____

2.8 $x + 6 \le 2$ Ответ: _____

2.9 $4 - 3x \ge 10$ Ответ: _____

2.10 $-0{,}2x < 1$ Ответ: _____

2.B. Известно, что $a > b$. Поставьте знак > или <

2.11 $a + 3 \square b + 3$ Ответ: _____

2.12 $-2a \square -2b$ Ответ: _____

2.13 $\frac{a}{5} \square \frac{b}{5}$ Ответ: _____

2.14 $7 - a \square 7 - b$ Ответ: _____

2.15 $-\frac{a}{4} \square -\frac{b}{4}$ Ответ: _____

2.16 $a - 10 \square b - 10$ Ответ: _____

РАЗДЕЛ 3

3 Линейные неравенства

Неравенства вида $kx + b > 0$ и всё, что к ним сводится: скобки, дроби, десятичные коэффициенты.

Алгоритм

1. Если есть дроби — умножь обе части на общий знаменатель (это положительное число, знак сохраняется).
2. Раскрой скобки. Минус перед скобкой меняет знаки всех слагаемых внутри.
3. Слагаемые с x — влево, числа — вправо, с противоположными знаками.
4. Приведи подобные: получится $kx > m$ (или другой знак).
5. Раздели на k. Если $k < 0$ — переверни знак неравенства.
6. Изобрази решение на прямой и запиши промежуток.

Особый случай $k = 0$: получается числовое неравенство вида $0 \cdot x > m$. Если оно верно — решение любое число $(-\infty; +\infty)$. Если неверно — решений нет.

Пример 1

$3(x - 2) - 5 \le 7x + 9$

$3x - 6 - 5 \le 7x + 9$ раскрыли скобки

$3x - 7x \le 9 + 6 + 5$ перенесли

$-4x \le 20$ делим на $-4 < 0$: знак меняется!

$x \ge -5$



Ответ: $[-5; +\infty)$

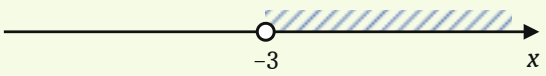
Пример 2

$\frac{x+1}{2} - \frac{x-3}{3} > 1$ умножаем на 6

$3(x + 1) - 2(x - 3) > 6$ числитель после минуса — в скобках

$3x + 3 - 2x + 6 > 6$

$x > -3$



Ответ: $(-3; +\infty)$

Пример 3. Особые случаи

$2(x-3)-2x<1$

$2x-6-2x<1$

$0\cdot x<7$ верно при любом x

Ответ: $(-\infty;+\infty)$, подходит любое число.

$3(x+1)\geq 3x+5$

$3x+3-3x\geq 5$

$0\cdot x\geq 2$ неверно ни при каком x

Ответ: нет решений.

3.A. Простые линейные неравенства

3.1 $2x-7>3$

Ответ: _____

3.2 $5-3x\leq 11$

Ответ: _____

3.3 $4x+1\geq 6x-9$

Ответ: _____

3.4 $7-2x<3x+22$

Ответ: _____

3.B. Со скобками

3.5 $3(x+2)-4\geq 5x-6$

Ответ: _____

3.6 $2(3-x)>5(x+4)-7$

Ответ: _____

3.7 $-4(x-1)+3x\leq 2(x+8)$

Ответ: _____

3.8 $5(2x-1)-3(x+4)<4$

Ответ: _____

3.C. С дробями и десятичными коэффициентами

3.9 $\frac{x}{2}-\frac{x}{3}>1$

Ответ: _____

3.10 $\frac{x-1}{3}\leq\frac{x+2}{4}$

Ответ: _____

3.11 $\frac{2x+1}{5}-\frac{x-2}{2}\geq 1$

Ответ: _____

3.12 $0{,}4x-1{,}2\geq 0{,}7x+0{,}3$

Ответ: _____

3.D. С подвохом

Здесь могут встретиться квадраты, которые сокращаются, и особые случаи.

3.13 $(x-3)^2-x^2\leq 15$

Ответ: _____

3.14 $(x+2)(x-2)-x(x+3)>2$

Ответ: _____

3.15 $4(x-1)-4x\geq -3$

Ответ: _____

3.16 $5x-(2x+7)<3(x-1)$

Ответ: _____

3.17 $\frac{x+4}{3}-\frac{x-2}{2}>\frac{x}{6}$

Ответ: _____

3.E. Целые решения

3.18 Найдите наименьшее целое решение неравенства $3(x-1)>x+4$.

Ответ: _____

3.19 Найдите наибольшее целое решение неравенства $\frac{2x-1}{3}<\frac{x+4}{2}$.

Ответ: _____

РАЗДЕЛ 4

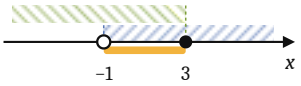
4 Системы и двойные неравенства

Фигурная скобка означает «и»: нужны значения x, при которых верны все неравенства сразу.

Алгоритм и четыре возможных случая

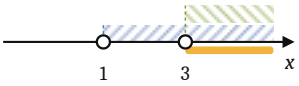
1. Реши каждое неравенство отдельно.
2. Отметь решения на **одной** прямой, каждое своей штриховкой.
3. Ответ — участок, где штриховки перекрываются (жёлтая полоса под осью).

Общий участок



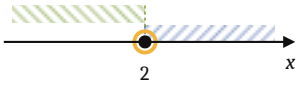
(−1; 3]

Общий луч



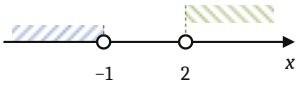
(3; +∞)

Одна точка



{2}, то есть $x = 2$

Нет общих точек



нет решений

Двойное неравенство $a < kx + b < c$ — это система из двух неравенств. Удобно действовать сразу со всеми тремя частями. При делении на отрицательное число меняются **оба** знака.

Пример 1

$$\begin{cases} 2x - 4 \geq 0 \\ 9 - x > 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ x < 7 \end{cases}$$



Ответ: [2; 7)

Примеры 2 и 3. Двойные неравенства

$-3 < 2x + 1 \leq 7$ — вычли 1 из всех частей

$-4 < 2x \leq 6$ — разделили на 2

$-2 < x \leq 3$

Ответ: (−2; 3]

$-4 < 1 - x \leq 3$ — вычли 1

$-5 < -x \leq 2$ — умножили на −1: оба знака меняются

$5 > x \geq -2$

$-2 \leq x < 5$

Ответ: [−2; 5)

4.A. Простые системы

4.1 $\begin{cases} x > 2 \\ x \leq 6 \end{cases}$ Ответ: _____

4.2 $\begin{cases} x \geq -1 \\ x < 4 \end{cases}$ Ответ: _____

4.3 $\begin{cases} x < 3 \\ x < -1 \end{cases}$ Ответ: _____

4.4 $\begin{cases} x \geq 5 \\ x > 2 \end{cases}$ Ответ: _____

4.B. Системы линейных неравенств

4.5 $\begin{cases} 3x + 2 < 11 \\ 5 - x \leq 7 \end{cases}$ Ответ: _____

4.6 $\begin{cases} -2x > 6 \\ x + 5 \geq 1 \end{cases}$ Ответ: _____

4.7 $\begin{cases} 4x - 3 \geq 2x + 5 \\ 3(x - 1) \leq x + 1 \end{cases}$ Ответ: _____

4.8 $\begin{cases} \frac{x}{2} \geq 1 \\ 6 - 2x \geq 2 \end{cases}$ Ответ: _____

4.9 $\begin{cases} 2(x + 1) > x - 3 \\ 3 - x > 2x - 9 \end{cases}$ Ответ: _____

4.10 $\begin{cases} 5x - 1 > 3x + 7 \\ 2x + 1 < 3x - 2 \end{cases}$ Ответ: _____

4.C. Двойные неравенства

4.11 $-1 \leq 3x + 2 < 8$ Ответ: _____

4.12 $-3 \leq 5 - 2x < 7$ Ответ: _____

4.13 $0 \leq \frac{x + 3}{2} \leq 4$ Ответ: _____

4.14 Сколько целых решений имеет система?

$$\begin{cases} x + 4 > 0 \\ 2x - 7 \le 1 \end{cases}$$

Ответ: _____

4.15 Найдите сумму целых решений системы

$$\begin{cases} 3x + 1 \ge x - 5 \\ 4 - x > 2x - 8 \end{cases}$$

Ответ: _____

4.16

$$\begin{cases} x > -2 \\ x < 5 \\ 2x \ge 3 \end{cases}$$

Ответ: _____

4.17

$$\begin{cases} \dfrac{x-1}{2} - \dfrac{x}{3} < 1 \\ 2(x-1) \ge 3x - 7 \end{cases}$$

Ответ: _____

РАЗДЕЛ 5

5 Формат ОГЭ №13: линейные неравенства и системы

В экзамене ответ выбирают из четырёх вариантов. Сначала реши на черновике, потом сравнивай.

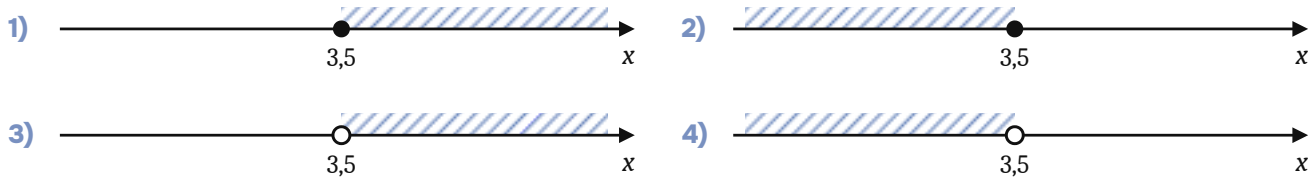
Как отсеять неверные варианты за 10 секунд

1 **Концы.** Числа на рисунке должны совпасть с концами твоего промежутка.

2 **Точки.** Знаки ≥, ≤ — закрашенная точка; знаки >, < — выколотая.

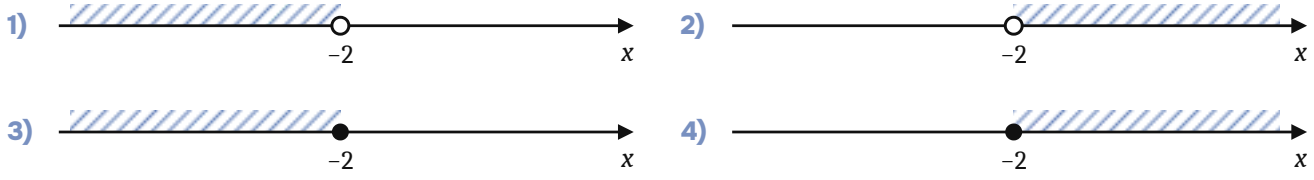
3 **Направление.** Проверь одно удобное число, например 0: подставь в исходное неравенство и посмотри, попадает ли 0 в штриховку.

5.1 Укажите решение неравенства $4x + 5 \ge 6x - 2$.



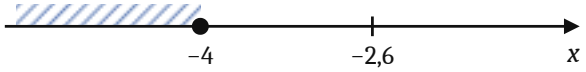
Ответ: _____

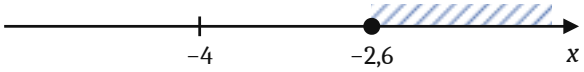
5.2 Укажите решение неравенства $-3 - x > 4x + 7$.

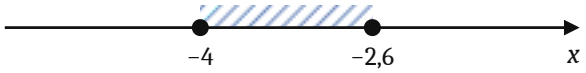


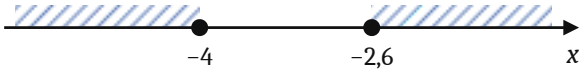
Ответ: _____

5.3 Укажите решение системы неравенств $\begin{cases} x + 2{,}6 \le 0 \\ x + 5 \ge 1 \end{cases}$

1) 

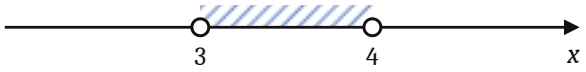
2) 

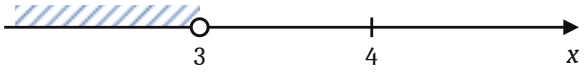
3) 

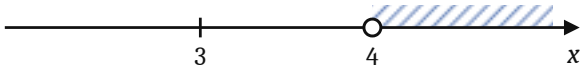
4) 

Ответ: _____

5.4 Укажите решение системы неравенств $\begin{cases} -12 + 3x > 0 \\ 9 - 4x > -3 \end{cases}$

1) 

2) 

3) 

4) *система не имеет решений*

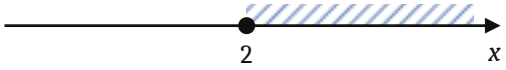
Ответ: _____

5.5 Укажите решение неравенства $6x - 3(4x + 1) > 6$.

1) $(-1{,}5; +\infty)$ 2) $(-\infty; -1{,}5)$ 3) $(-\infty; -0{,}5)$ 4) $(-0{,}5; +\infty)$

Ответ: _____

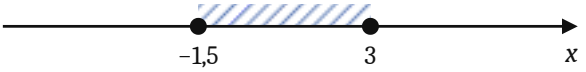
5.6 Укажите неравенство, решение которого изображено на рисунке.

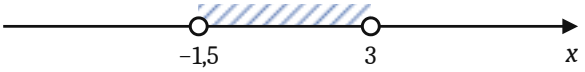


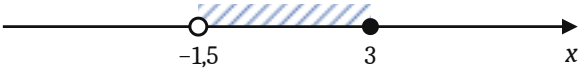
1) $4 - 2x \ge 0$ 2) $4 - 2x \le 0$ 3) $2x + 4 \ge 0$ 4) $2x + 4 \le 0$

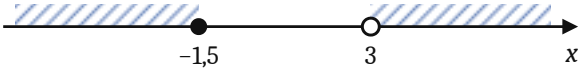
Ответ: _____

5.7 Укажите решение системы неравенств $\begin{cases} x + 1{,}5 > 0 \\ 2x - 3 \le 3 \end{cases}$

1) 

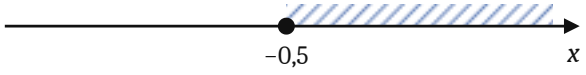
2) 

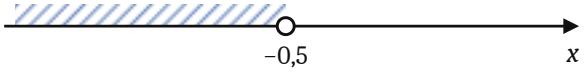
3) 

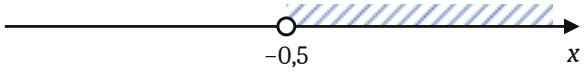
4) 

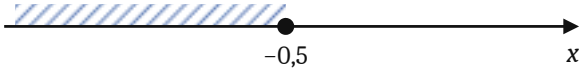
Ответ: _____

5.8 Укажите множество решений неравенства $3 - x \ge 3x + 5$.

1) 

2) 

3) 

4) 

Ответ: _____

РАЗДЕЛ 6 · ЦЕНТРАЛЬНАЯ ТЕМА

6 Метод интервалов

Главный инструмент тетради. Им решаются квадратные, дробные и почти все неравенства второй части ОГЭ. Разберись в нём один раз, и половина задач №13 и №20 станет технической.

6.1. Откуда берётся метод

Возьмём $(x-1)(x-4)$. Множитель $x-1$ отрицателен при $x<1$ и положителен при $x>1$: он меняет знак **только** в своём нуле $x=1$. Так же ведёт себя $x-4$ около $x=4$. Запишем знаки в таблицу:

	$x<1$	$1<x<4$	$x>4$
$x-1$	−	+	+
$x-4$	−	−	+
$(x-1)(x-4)$	(−)·(−) = +	(+)·(−) = −	(+)·(+) = +

> Произведение (и частное) может сменить знак только в нулях множителей. Между соседними нулями знак постоянный, поэтому достаточно узнать его в одной точке промежутка.



Знаки над осью и «змейка»: дуга над осью — плюс, под осью — минус.

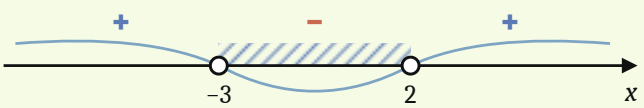
6.2. Алгоритм метода интервалов

1. **Ноль справа.** Перенеси всё в левую часть: $f(x)$ ∨ 0 (∨ — любой из знаков >, <, ≥, ≤).
2. **Множители.** Разложи левую часть на множители вида $(x-a)$. Если множитель записан как $(a-x)$, вынеси минус: $(5-x)=-(x-5)$, затем умножь неравенство на −1 и **смени знак**.
3. **Нули.** Найди нули каждого множителя (и числителя, и знаменателя).
4. **Точки.** Отметь нули на прямой в порядке возрастания: ● если неравенство нестрогое (≥, ≤); ○ если строгое (>, <); нули знаменателя — **всегда** ○.
5. **Знак справа.** Когда все множители имеют вид $(x-a)$, в самом правом промежутке стоит «+».
6. **Чередование.** Двигаясь влево, меняй знак в каждой точке. Исключение: множитель в **чётной** степени, $(x-a)^2$, — через такую точку знак **сохраняется**.
7. **Ответ.** Для «> 0» бери промежутки с «+», для «< 0» — с «−». При нестрогом знаке проверь, не осталась ли одинокая закрашенная точка: она тоже входит в ответ.

Пример 1

$$(x+3)(x-2)<0$$

Нули: −3 и 2, неравенство строгое — обе точки выколоты. Справа «+», дальше чередуем. Нужны промежутки со знаком «−».

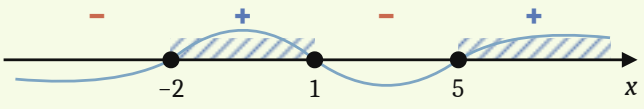


Ответ: (−3; 2)

Пример 2

$$(x+2)(x-1)(x-5)\geq 0$$

Нули: −2, 1, 5, знак нестрогий — точки закрашены. Знаки справа налево: +, −, +, −. Берём «+» вместе с концами.



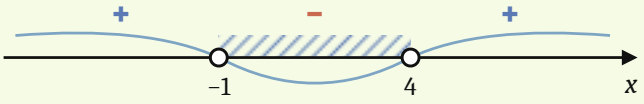
Ответ: [−2; 1] ∪ [5; +∞)

Пример 3. Множитель «наоборот»

$(4 - x)(x + 1) > 0$

$-(x - 4)(x + 1) > 0$ вынесли минус из $(4 - x)$

$(x - 4)(x + 1) < 0$ умножили на −1, знак сменился



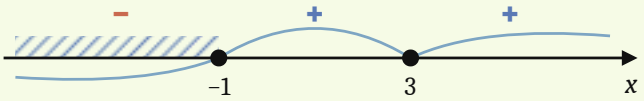
Ответ: (-1; 4)

Пример 4. Чётная степень и одинокая точка

$(x - 3)^2(x + 1) \leq 0$

Нули −1 и 3, точки закрашены. Справа «+». Через 3 знак **не меняется**: множитель $(x - 3)^2$ не отрицателен. Через −1 знак меняется.

Знак «−» только левее −1. Но при $x = 3$ левая часть равна 0, а «≤ 0» это допускает. Точка 3 — одинокое решение.

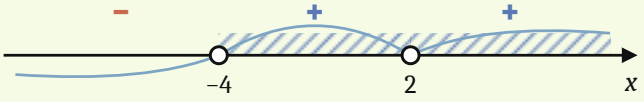


Ответ: $(-\infty; -1] \cup \{3\}$

Пример 5. Та же ситуация со строгим знаком

$(x - 2)^2(x + 4) > 0$

Точки выколоты. Знаки: −, +, +. Нужен «+»: промежуток от −4 до +∞, из которого выброшена точка 2 (в ней левая часть равна 0, а нужно строго больше нуля).



Ответ: $(-4; 2) \cup (2; +\infty)$

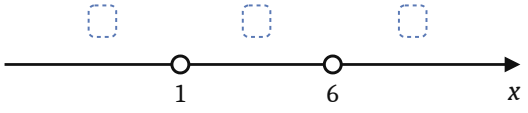
Типичные ошибки метода интервалов

- Множитель $(a - x)$ оставили как есть и поставили «+» справа. Сначала вынеси минус и смени знак неравенства.
- Чередовали знаки через точку чётной кратности. Через $(x - a)^2$ знак сохраняется.
- Потеряли одинокую закрашенную точку при нестрогом знаке.
- Закрасили нуль знаменателя. Делить на ноль нельзя: такая точка всегда выколота.
- Поставили квадратную скобку у бесконечности. Запись [−∞; 2] неверна, правильно (−∞; 2].

6.А. Впишите знаки в окошки и запишите ответ

Нули уже отмечены. Знаки записывайте слева направо.

6.1 $(x - 1)(x - 6) > 0$



Ответ: _____

6.2 $(x + 4)(x - 3) \leq 0$



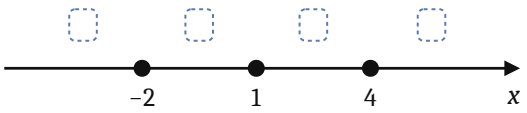
Ответ: _____

6.3 $x(x - 5) < 0$



Ответ: _____

6.4 $(x + 2)(x - 1)(x - 4) \geq 0$



Ответ: _____

6.B. Решите методом интервалов

6.5 $(x-3)(x+5) \geq 0$

Ответ: _____

6.6 $(x+7)(x-2) < 0$

Ответ: _____

6.7 $x(x+6) \leq 0$

Ответ: _____

6.8 $(2x-3)(x+4) > 0$

Ответ: _____

6.9 $(x+1)(x-2)(x-6) < 0$

Ответ: _____

6.10 $x(x-3)(x+3) \geq 0$

Ответ: _____

6.11 $(3x+1)(x-2) \leq 0$

Ответ: _____

6.12 $(x+5)(x-1)(x-4)(x-7) \leq 0$

Ответ: _____

6.C. Множители вида (a − x)

Сначала вынесите минус и смените знак неравенства.

6.13 $(5-x)(x+2) \geq 0$

Ответ: _____

6.14 $(3-x)(x-8) > 0$

Ответ: _____

6.15 $-(x+1)(x-4) < 0$

Ответ: _____

6.16 $(1-x)(2-x)(x+3) \leq 0$

Ответ: _____

6.17 $(6-2x)(x+1) > 0$

Ответ: _____

6.18 $x(4-x)(x+2) \geq 0$

Ответ: _____

6.D. Кратные множители

Помните: через точку чётной степени знак сохраняется; одинокие точки проверяйте отдельно.

6.19 $(x-4)^2(x+3) > 0$

Ответ: _____

6.20 $(x-4)^2(x+3) \geq 0$

Ответ: _____

6.21 $(x+1)^2(x-5) < 0$

Ответ: _____

6.22 $(x+1)^2(x-5) \leq 0$

Ответ: _____

6.23 $(x-2)^2(x-6)^2 > 0$

Ответ: _____

6.24 $x^2(x-3) \leq 0$

Ответ: _____

6.25 $(x-1)^3(x+2) < 0$

Ответ: _____

6.26 $(x+3)(x-1)^2(x-5)^3 \geq 0$

Ответ: _____

6.E. Детектив ошибок

6.27 Ученик решил $(2-x)(x+5) > 0$ и получил ответ **(−∞; −5) ∪ (2; +∞)**. Найдите ошибку и запишите верный ответ.

Ответ: _____

6.28 Ученик решил $(x-1)^2(x+2) \leq 0$ и получил ответ **(−∞; −2]**. Найдите ошибку и запишите верный ответ.

Ответ: _____

6.29 Ученик решил $x(x-3) \geq 0$ и получил ответ **(−∞; 0) ∪ (3; +∞)**. Найдите ошибку и запишите верный ответ.

Ответ: _____

6.30 Ученик решил $\dfrac{x+4}{x-1} \leq 0$ и получил ответ **[−4; 1]**. Найдите ошибку и запишите верный ответ.

Ответ: _____

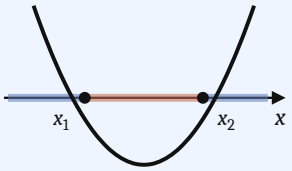
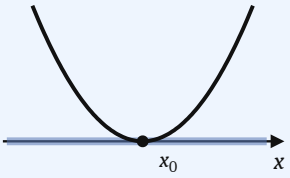
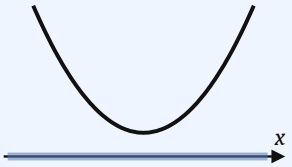
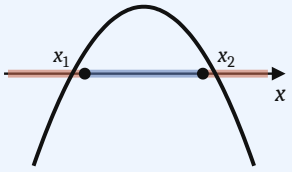
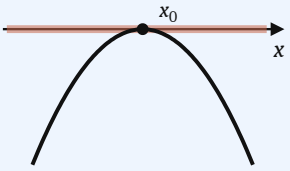
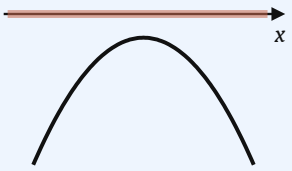
РАЗДЕЛ 7

7 Квадратные неравенства

Неравенства вида $ax^2 + bx + c \vee 0$, $a \neq 0$. Два взгляда на одно и то же: парабола и метод интервалов.

7.1. Знак квадратного трёхчлена по параболе

Знак $ax^2 + bx + c$ показывает, где парабола: выше оси Ox — плюс (синий), ниже — минус (красный).

	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$a > 0$ ветви вверх			
	> 0 левее x_1 и правее x_2 < 0 между корнями	> 0 при $x \neq x_0$ < 0 — нет решений	> 0 при любом x < 0 — нет решений
$a < 0$ ветви вниз			
	< 0 левее x_1 и правее x_2 > 0 между корнями	< 0 при $x \neq x_0$ > 0 — нет решений	< 0 при любом x > 0 — нет решений

7.2. Рабочий способ: разложение и метод интервалов

$$D = b^2 - 4ac, \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Если $a < 0$, умножь неравенство на -1 и смени знак: дальше всегда работаешь с $a > 0$.

Неполные неравенства решай без дискриминанта:

$x^2 \leq 9 \Rightarrow (x - 3)(x + 3) \leq 0 \Rightarrow [-3; 3]$

$x^2 > 5x \Rightarrow x(x - 5) > 0 \Rightarrow (-\infty; 0) \cup (5; +\infty)$

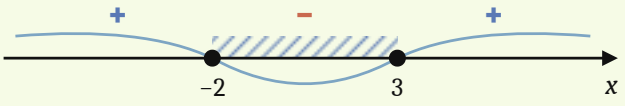
Запись «$x \leq \pm 3$» бессмысленна. Делить обе части на x нельзя: знак x неизвестен.

Пример 1

$x^2 - x - 6 \leq 0$

$D = 1 + 24 = 25, \; x_1 = -2, \; x_2 = 3$

$(x + 2)(x - 3) \leq 0$



Ответ: $[-2; 3]$

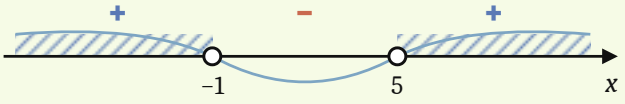
Пример 2. Старший коэффициент отрицательный

$-x^2 + 4x + 5 < 0$

$x^2 - 4x - 5 > 0$ умножили на −1, знак сменился

корни -1 и 5

$(x + 1)(x - 5) > 0$

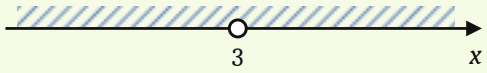


Ответ: $(-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$

Примеры 3 и 4. Дискриминант равен нулю или отрицателен

$x^2 - 6x + 9 > 0$

$(x - 3)^2 > 0$ квадрат положителен везде, кроме $x = 3$

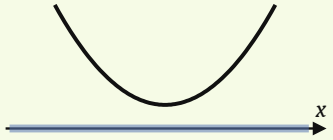


Ответ: $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$

$x^2 + 2x + 5 < 0$

$D = 4 - 20 = -16 < 0$, $a = 1 > 0$

парабола целиком выше оси: трёхчлен всегда положителен



Ответ: нет решений.

7.A. Неполные квадратные неравенства

7.1 $x^2 < 16$
Ответ: _____

7.2 $x^2 \geq 49$
Ответ: _____

7.3 $x^2 - 3x \leq 0$
Ответ: _____

7.4 $2x^2 + 8x > 0$
Ответ: _____

7.5 $25 - x^2 \geq 0$
Ответ: _____

7.6 $x^2 > 0{,}25$
Ответ: _____

7.7 $x^2 \leq 7x$
Ответ: _____

7.8 $-3x^2 > 12x$
Ответ: _____

7.B. Полные квадратные неравенства

7.9 $x^2 - 7x + 10 < 0$
Ответ: _____

7.10 $x^2 + 2x - 15 \geq 0$
Ответ: _____

7.11 $x^2 - x - 12 \leq 0$
Ответ: _____

7.12 $2x^2 - 5x + 2 > 0$
Ответ: _____

7.13 $-x^2 + 3x + 10 \geq 0$
Ответ: _____

7.14 $3x^2 + 2x - 1 < 0$
Ответ: _____

7.15 $-2x^2 - 5x + 3 \leq 0$
Ответ: _____

7.16 $6x^2 - x - 1 \geq 0$
Ответ: _____

7.C. Дискриминант ≤ 0

Ответ может быть «нет решений», «любое число», одна точка или все числа, кроме одной.

7.17 $x^2 - 10x + 25 \leq 0$
Ответ: _____

7.18 $x^2 + 4x + 4 > 0$
Ответ: _____

7.19 $x^2 - 2x + 7 > 0$
Ответ: _____

7.20 $x^2 + x + 3 \leq 0$
Ответ: _____

7.21 $-x^2 + 6x - 9 < 0$
Ответ: _____

7.22 $4x^2 - 4x + 1 \geq 0$
Ответ: _____

7.D. Сначала преобразуйте

7.23 $(x - 2)(x + 3) \leq 6$
Ответ: _____

7.24 $x(x + 4) > 5$
Ответ: _____

7.25 $3x^2 - 4 < x^2 + 2x$
Ответ: _____

7.26 $(x + 1)^2 < 2x^2 - 7$
Ответ: _____

7.27 $\begin{cases} x^2 - 9 < 0 \\ x + 1 \geq 0 \end{cases}$

Ответ: _____

7.28 $\begin{cases} x^2 - 5x + 4 \leq 0 \\ 2x - 3 > 0 \end{cases}$

Ответ: _____

7.29 $\begin{cases} x^2 \geq 4 \\ x < 5 \end{cases}$

Ответ: _____

7.30 $\begin{cases} x^2 - x - 6 > 0 \\ 25 - x^2 \geq 0 \end{cases}$

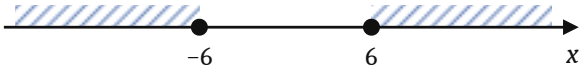
Ответ: _____

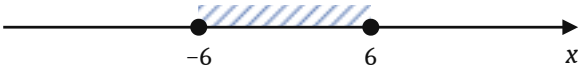
РАЗДЕЛ 8

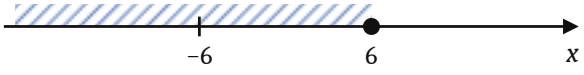
8 Формат ОГЭ №13: квадратные неравенства

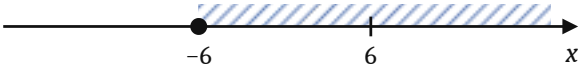
Тот же формат выбора ответа. Здесь особенно полезна проверка одной точкой: подставь 0 и посмотри, должен ли он входить в ответ.

8.1 Укажите решение неравенства $x^2 - 36 \leq 0$.

1) 

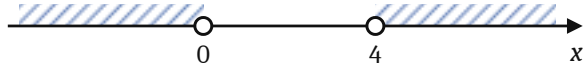
2) 

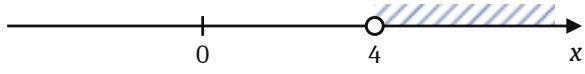
3) 

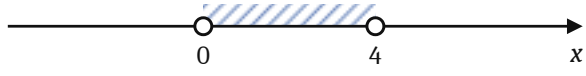
4) 

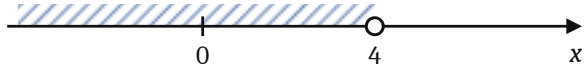
Ответ: _____

8.2 Укажите решение неравенства $x^2 - 4x < 0$.

1) 

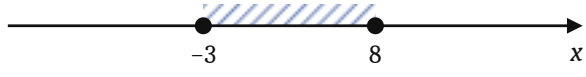
2) 

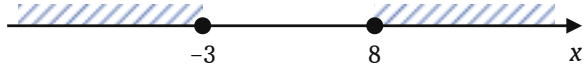
3) 

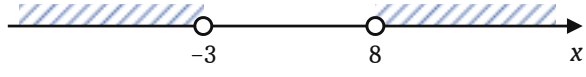
4) 

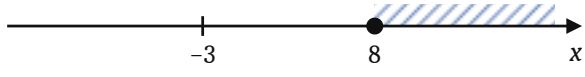
Ответ: _____

8.3 Укажите решение неравенства $(x + 3)(x - 8) \geq 0$.

1) 

2) 

3) 

4) 

Ответ: _____

8.4 Укажите неравенство, которое **не имеет решений**.

1) $x^2 + 64 > 0$ 2) $x^2 + 64 < 0$ 3) $x^2 - 64 > 0$ 4) $x^2 - 64 < 0$

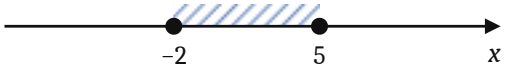
Ответ: _____

8.5 Укажите неравенство, решением которого является **любое число**.

1) $x^2 - 49 > 0$ 2) $x^2 + 49 > 0$ 3) $x^2 + 49 < 0$ 4) $x^2 - 49 < 0$

Ответ: _____

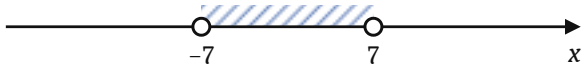
8.6 Укажите неравенство, решение которого изображено на рисунке.

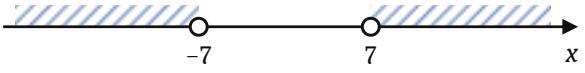


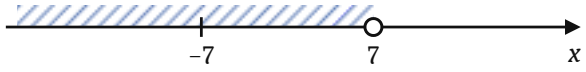
1) $x^2 - 3x - 10 \geq 0$ 2) $x^2 - 3x - 10 \leq 0$ 3) $x^2 + 3x - 10 \leq 0$ 4) $x^2 + 3x - 10 \geq 0$

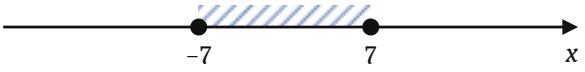
Ответ: _____

8.7 Укажите решение неравенства $49 - x^2 < 0$.

1) 

2) 

3) 

4) 

Ответ: _____

8.8 Укажите решение неравенства $5x - x^2 \leq 0$.

1) $[0; 5]$ 2) $(-\infty; 0] \cup [5; +\infty)$ 3) $[5; +\infty)$ 4) $(-\infty; 0) \cup (5; +\infty)$

Ответ: _____

РАЗДЕЛ 9

9 Дробно-рациональные неравенства

Переменная в знаменателе. Метод интервалов работает и здесь, с двумя новыми правилами.

Три правила для дробей

1

Дробь $\frac{f}{g}$ имеет тот же знак, что и произведение $f \cdot g$. Поэтому нули числителя и знаменателя наносим на одну прямую и расставляем знаки как обычно.

2

Нули знаменателя **всегда выколоты**, даже при знаках ≥ и ≤.

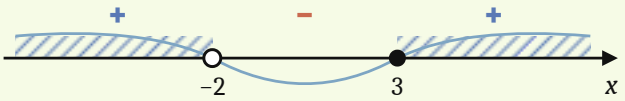
3

Нельзя умножать на знаменатель: его знак неизвестен. Если справа не ноль — переносим всё влево и приводим к общему знаменателю.

Пример 1

$$\frac{x - 3}{x + 2} \geq 0$$

Нуль числителя 3 — закрашен (знак нестрогий). Нуль знаменателя -2 — выколот. Знаки: +, -, +.



Ответ: $(-\infty; -2) \cup [3; +\infty)$

Пример 2. Справа не ноль

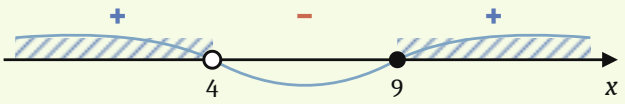
$$\frac{x+1}{x-4} \le 2$$

$$\frac{x+1}{x-4} - 2 \le 0$$ перенесли 2 влево

$$\frac{x+1-2(x-4)}{x-4} \le 0$$ общий знаменатель

$$\frac{9-x}{x-4} \le 0$$

$$\frac{x-9}{x-4} \ge 0$$ умножили на -1



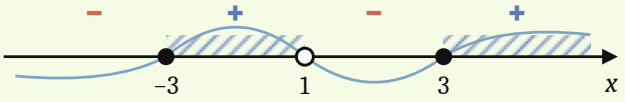
Ответ: $(-\infty; 4) \cup [9; +\infty)$

Пример 3. Квадрат в числителе

$$\frac{x^2-9}{x-1} \ge 0$$

$$\frac{(x-3)(x+3)}{x-1} \ge 0$$

Нули -3 и 3 закрашены, нуль знаменателя 1 выколот.



Ответ: $[-3; 1) \cup [3; +\infty)$

Типичные ошибки

- Умножили обе части на знаменатель и решили линейное неравенство — теряется половина ответа или появляется лишняя.
- Закрасили нуль знаменателя при знаке ≥.
- При переносе потеряли скобки: вычитаемое умножается на весь знаменатель, правильно $2(x-4)$.

9.A. Простейшие дроби

9.1 $\frac{x-5}{x+1} < 0$

Ответ: _____

9.2 $\frac{x+4}{x-2} \ge 0$

Ответ: _____

9.3 $\frac{x}{x-3} \le 0$

Ответ: _____

9.4 $\frac{2x-1}{x+3} > 0$

Ответ: _____

9.5 $\frac{3-x}{x+5} \ge 0$

Ответ: _____

9.6 $\frac{x+6}{2-x} < 0$

Ответ: _____

9.B. Несколько множителей

9.7 $\frac{(x-1)(x+2)}{x-4} \le 0$

Ответ: _____

9.8 $\frac{x^2-9}{x+1} \ge 0$

Ответ: _____

9.9 $\frac{(x-3)^2}{x+1} \ge 0$

Ответ: _____

9.10 $\frac{x+2}{(x-3)^2} \le 0$

Ответ: _____

9.11 $\frac{x^2-4x}{x^2-1} \le 0$

Ответ: _____

9.12 $\frac{x^2+1}{x-7} < 0$

Ответ: _____

9.C. С переносом в левую часть

9.13 $\dfrac{x+5}{x-1} \geq 3$

Ответ: _____

9.14 $\dfrac{1}{x} < 1$

Ответ: _____

9.15 $\dfrac{2x+3}{x+2} \leq 1$

Ответ: _____

9.16 $\dfrac{x}{x+1} > 2$

Ответ: _____

9.17 $\dfrac{4}{x-2} \geq x+1$

Ответ: _____

9.18 $\dfrac{3}{x-1} \leq \dfrac{2}{x+1}$

Ответ: _____

РАЗДЕЛ 10

10 Вторая часть ОГЭ: задание №20

Проверяющий читает каждый шаг решения. Ниже — приёмы, которые встречаются в №20 чаще всего.

Как оценивается №20

2 балла — обоснованно получен верный ответ. **1 балл** — решение доведено до конца, но допущена одна вычислительная ошибка или описка, с её учётом дальнейшие шаги верны. Ответ без решения — 0 баллов.

Пиши каждое равносильное преобразование отдельной строкой, рисуй числовую прямую со знаками и записывай ответ промежутком.

Приём 1. Общий множитель вместо деления

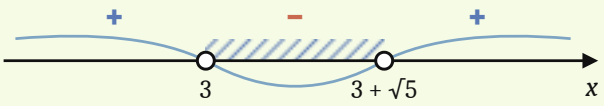
$(x-3)^2 < \sqrt{5}(x-3)$

$(x-3)^2 - \sqrt{5}(x-3) < 0$

$(x-3)(x-3-\sqrt{5}) < 0$ вынесли $(x-3)$

нули: 3 и $3+\sqrt{5}$

Делить на $(x-3)$ нельзя: его знак неизвестен, и пропадёт часть решений.



Ответ: $(3;\ 3+\sqrt{5})$

Приём 2. Множитель постоянного знака

$x^2(-x^2-49) \le 49(-x^2-49)$

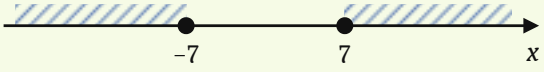
$x^2(-x^2-49) - 49(-x^2-49) \le 0$

$(-x^2-49)(x^2-49) \le 0$

$-x^2-49 < 0$ при любом x: делим на него, знак меняется

$x^2-49 \ge 0$

$(x-7)(x+7) \ge 0$



Ответ: $(-\infty;\ -7] \cup [7;\ +\infty)$

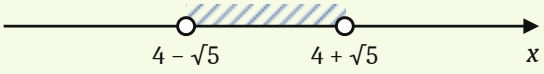
Приём 3. Дробь с числом в числителе

$$\frac{-13}{(x-4)^2-5} \ge 0$$

числитель $-13 < 0$, значит дробь ≥ 0 только при отрицательном знаменателе (нулю дробь равна быть не может)

$(x-4)^2 - 5 < 0$

$(x-4-\sqrt{5})(x-4+\sqrt{5}) < 0$



Ответ: $(4-\sqrt{5};\ 4+\sqrt{5})$

Приём 4. Разность квадратов

$(4x-7)^2 \ge (7x-4)^2$

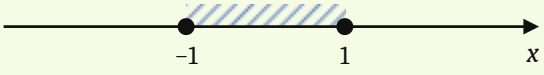
$(4x-7)^2 - (7x-4)^2 \ge 0$ $A^2 - B^2 = (A-B)(A+B)$

$(4x-7-7x+4)(4x-7+7x-4) \ge 0$

$(-3x-3)(11x-11) \ge 0$

$-33(x+1)(x-1) \ge 0$

$(x+1)(x-1) \le 0$



Ответ: $[-1;\ 1]$

Ещё три приёма — в заданиях ниже

5

Группировка.
$x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = x^2(x + 3) - 4(x + 3)$.

6

Замена. Повторяющееся выражение обозначь буквой t, реши неравенство для t, затем вернись к x. Биквадратное: $t = x^2$.

7

Иррациональные концы. Чтобы сравнить $3 - \sqrt{5}$ и 1,5, сравни $\sqrt{5}$ и 1,5: $\sqrt{5} > \sqrt{2{,}25} = 1{,}5$.

10.А. Задания формата №20

Оформляйте полное решение. Краткие решения — в конце тетради.

10.1 $(x - 2)^2 < \sqrt{7}(x - 2)$

Ответ: _____

10.2 $(x + 4)^2 \geq \sqrt{3}(x + 4)$

Ответ: _____

10.3 $(x - 5)^2 > \sqrt{2}(x - 5)$

Ответ: _____

10.4 $x^2(-x^2 - 36) \leq 36(-x^2 - 36)$

Ответ: _____

10.5 $x^2(-x^2 - 100) \geq 100(-x^2 - 100)$

Ответ: _____

10.6 $\dfrac{-11}{(x + 2)^2 - 3} \geq 0$

Ответ: _____

10.7 $\dfrac{-15}{(x - 1)^2 - 4} \leq 0$

Ответ: _____

10.8 $(4x - 7)^2 \geq (7x - 4)^2$

Ответ: _____

10.9 $(2x - 5)^2 \leq (5x - 2)^2$

Ответ: _____

10.10 $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 > 0$

Ответ: _____

10.11 $x^4 - 5x^2 + 4 \leq 0$

Ответ: _____

10.12 $(x^2 - 2x)^2 - 2(x^2 - 2x) - 3 \leq 0$

Ответ: _____

10.13 $\dfrac{x^2 - x - 2}{x^2 - 9} \geq 0$

Ответ: _____

10.14 $\dfrac{x - 1}{x + 2} \leq \dfrac{x - 1}{x + 5}$

Ответ: _____

10.15 $(x^2 + 4x)^2 + 7(x^2 + 4x) + 12 \leq 0$

Ответ: _____

10.16 $\begin{cases} \dfrac{-10}{(x - 3)^2 - 5} \geq 0 \\ 2x - 3 \geq 0 \end{cases}$

Ответ: _____

ФИНИШ

И Итоговая проверка

Время — 45 минут. Задания 1–8 оцениваются в 1 балл, задания 9 и 10 — в 2 балла (полное решение). Максимум — 12 баллов.

Решите неравенства и системы

И.1 $5 - 2(x - 1) \geq 3x - 8$

Ответ: _____

И.2 $\begin{cases} 3x - 6 > 0 \\ 10 - x \geq 4 \end{cases}$

Ответ: _____

И.3 $(x + 6)(x - 1) < 0$

Ответ: _____

И.4 $x^2 - 2x - 8 \geq 0$

Ответ: _____

И.5 $-x^2 + 9 < 0$

Ответ: _____

И.6 $(x - 5)^2(x + 2) \leq 0$

Ответ: _____

И.7 $\dfrac{x + 3}{x - 4} \leq 0$

Ответ: _____

И.8 $\dfrac{2x - 1}{x + 1} \geq 1$

Ответ: _____

И.9 $(x - 6)^2 < \sqrt{2}(x - 6)$

Ответ: _____

И.10 $x^4 - 10x^2 + 9 \geq 0$

Ответ: _____

Шкала

11–12 баллов — тема освоена, переходи к смешанным вариантам ОГЭ. **8–10** — повтори разделы, где были ошибки. **меньше 8** — вернись к разделу 6 и пройди задания 6.B–6.D ещё раз на новых числах.

Ответы

Промежутки записаны так, как их принято записывать в ответе ОГЭ. Ответ к линейному неравенству можно записывать и в виде неравенства: $x \geq -5$ то же, что $[-5; +\infty)$.

1. Числовые промежутки

1.1	$(-3; +\infty)$	**1.2**	$(-\infty; 5]$
1.3	$[1{,}5; +\infty)$	**1.4**	$(-\infty; 0)$
1.5	$[-2; 4)$	**1.6**	$(0; 7]$
1.7	$x \geq 1$	**1.8**	$x < -4$
1.9	$-1 < x \leq 6$	**1.10**	$-5 \leq x \leq 0$
1.11	$(-\infty; 2]$	**1.12**	$(-3; 1]$
1.13	$[-4; +\infty)$	**1.14**	$[-2; 5)$
1.15	$[2; 5]$	**1.16**	$(1; 4)$
1.17	$\varnothing$ (нет общих чисел)	**1.18**	$\{3\}$
1.19	$(-\infty; 5]$	**1.20**	$(-4; 3)$
1.21	7	**1.22**	-2
1.23	2	**1.24**	-7

2. Свойства неравенств

2.1	$(-\infty; -4)$	**2.2**	$[-5; +\infty)$
2.3	$[-4; +\infty)$	**2.4**	$(-\infty; -8)$
2.5	$(-\infty; -6]$	**2.6**	$(-\infty; 7)$
2.7	$(4; +\infty)$	**2.8**	$(-\infty; -4]$
2.9	$(-\infty; -2]$	**2.10**	$(-5; +\infty)$
2.11	$>$	**2.12**	$<$
2.13	$>$	**2.14**	$<$
2.15	$<$	**2.16**	$>$

3. Линейные неравенства

3.1	$(5; +\infty)$	**3.2**	$[-2; +\infty)$
3.3	$(-\infty; 5]$	**3.4**	$(-3; +\infty)$
3.5	$(-\infty; 4]$	**3.6**	$(-\infty; -1)$
3.7	$[-4; +\infty)$	**3.8**	$(-\infty; 3)$
3.9	$(6; +\infty)$	**3.10**	$(-\infty; 10]$
3.11	$(-\infty; 2]$	**3.12**	$(-\infty; -5]$
3.13	$[-1; +\infty)$	**3.14**	$(-\infty; -2)$
3.15	нет решений	**3.16**	$(-\infty; +\infty)$
3.17	$(-\infty; 7)$	**3.18**	4
3.19	13		

4. Системы и двойные неравенства

4.1	$(2; 6]$	**4.2**	$[-1; 4)$
4.3	$(-\infty; -1)$	**4.4**	$[5; +\infty)$
4.5	$[-2; 3)$	**4.6**	$[-4; -3)$
4.7	нет решений	**4.8**	$\{2\}$
4.9	$(-5; 4)$	**4.10**	$(4; +\infty)$

4.11	$[-1; 2)$	**4.12**	$(-1; 4]$
4.13	$[-3; 5]$	**4.14**	8
4.15	0	**4.16**	$[1{,}5; 5)$
4.17	$(-\infty; 5]$		

5. Формат ОГЭ №13: линейные

5.1	2	**5.2**	1
5.3	3	**5.4**	4
5.5	2	**5.6**	2
5.7	3	**5.8**	4

6. Метод интервалов

6.1	знаки: +, −, +; ответ: $(-\infty; 1) \cup (6; +\infty)$	**6.2**	знаки: +, −, +; ответ: $[-4; 3]$
6.3	знаки: +, −, +; ответ: $(0; 5)$	**6.4**	знаки: −, +, −, +; ответ: $[-2; 1] \cup [4; +\infty)$
6.5	$(-\infty; -5] \cup [3; +\infty)$	**6.6**	$(-7; 2)$
6.7	$[-6; 0]$	**6.8**	$(-\infty; -4) \cup (1{,}5; +\infty)$
6.9	$(-\infty; -1) \cup (2; 6)$	**6.10**	$[-3; 0] \cup [3; +\infty)$
6.11	$[-\frac{1}{3}; 2]$	**6.12**	$[-5; 1] \cup [4; 7]$
6.13	$[-2; 5]$	**6.14**	$(3; 8)$
6.15	$(-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$	**6.16**	$(-\infty; -3] \cup [1; 2]$
6.17	$(-1; 3)$	**6.18**	$(-\infty; -2] \cup [0; 4]$
6.19	$(-3; 4) \cup (4; +\infty)$	**6.20**	$[-3; +\infty)$
6.21	$(-\infty; -1) \cup (-1; 5)$	**6.22**	$(-\infty; 5]$
6.23	$(-\infty; 2) \cup (2; 6) \cup (6; +\infty)$	**6.24**	$(-\infty; 3]$
6.25	$(-2; 1)$	**6.26**	$(-\infty; -3] \cup \{1\} \cup [5; +\infty)$
6.27	$(-5; 2)$; ошибка: не вынесен минус из $(2 - x)$, знаки расставлены как для $(x - 2)(x + 5)$	**6.28**	$(-\infty; -2] \cup \{1\}$; ошибка: потеряна одинокая точка $x = 1$
6.29	$(-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$; ошибка: концы 0 и 3 должны входить: знак нестрогий, нужны квадратные скобки	**6.30**	$[-4; 1)$; ошибка: нуль знаменателя $x = 1$ закрашен; верно $[-4; 1)$

7. Квадратные неравенства

7.1	$(-4; 4)$	**7.2**	$(-\infty; -7] \cup [7; +\infty)$
7.3	$[0; 3]$	**7.4**	$(-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$
7.5	$[-5; 5]$	**7.6**	$(-\infty; -0{,}5) \cup (0{,}5; +\infty)$
7.7	$[0; 7]$	**7.8**	$(-4; 0)$
7.9	$(2; 5)$	**7.10**	$(-\infty; -5] \cup [3; +\infty)$
7.11	$[-3; 4]$	**7.12**	$(-\infty; 0{,}5) \cup (2; +\infty)$
7.13	$[-2; 5]$	**7.14**	$(-1; \frac{1}{3})$
7.15	$(-\infty; -3] \cup [0{,}5; +\infty)$	**7.16**	$(-\infty; -\frac{1}{3}] \cup [0{,}5; +\infty)$
7.17	$\{5\}$	**7.18**	$(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$
7.19	$(-\infty; +\infty)$	**7.20**	нет решений
7.21	$(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$	**7.22**	$(-\infty; +\infty)$
7.23	$[-4; 3]$	**7.24**	$(-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$
7.25	$(-1; 2)$	**7.26**	$(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$

7.27	$[-1;\,3)$	**7.28**	$(1{,}5;\,4]$
7.29	$(-\infty;\,-2]\cup[2;\,5)$	**7.30**	$[-5;\,-2)\cup(3;\,5]$

8. Формат ОГЭ №13: квадратные

8.1	2	**8.2**	3
8.3	2	**8.4**	2
8.5	2	**8.6**	2
8.7	2	**8.8**	2

9. Дробно-рациональные неравенства

9.1	$(-1;\,5)$	**9.2**	$(-\infty;\,-4]\cup(2;\,+\infty)$
9.3	$[0;\,3)$	**9.4**	$(-\infty;\,-3)\cup(0{,}5;\,+\infty)$
9.5	$(-5;\,3]$	**9.6**	$(-\infty;\,-6)\cup(2;\,+\infty)$
9.7	$(-\infty;\,-2]\cup[1;\,4)$	**9.8**	$[-3;\,-1)\cup[3;\,+\infty)$
9.9	$(-1;\,+\infty)$	**9.10**	$(-\infty;\,-2]$
9.11	$(-1;\,0]\cup(1;\,4]$	**9.12**	$(-\infty;\,7)$
9.13	$(1;\,4]$	**9.14**	$(-\infty;\,0)\cup(1;\,+\infty)$
9.15	$(-2;\,-1]$	**9.16**	$(-2;\,-1)$
9.17	$(-\infty;\,-2]\cup(2;\,3]$	**9.18**	$(-\infty;\,-5]\cup(-1;\,1)$

10. Вторая часть ОГЭ (№20)

10.1	$(2;\,2+\sqrt{7})$	**10.2**	$(-\infty;\,-4]\cup[\sqrt{3}-4;\,+\infty)$
10.3	$(-\infty;\,5)\cup(5+\sqrt{2};\,+\infty)$	**10.4**	$(-\infty;\,-6]\cup[6;\,+\infty)$
10.5	$[-10;\,10]$	**10.6**	$(-2-\sqrt{3};\,\sqrt{3}-2)$
10.7	$(-\infty;\,-1)\cup(3;\,+\infty)$	**10.8**	$[-1;\,1]$
10.9	$(-\infty;\,-1]\cup[1;\,+\infty)$	**10.10**	$(-3;\,-2)\cup(2;\,+\infty)$
10.11	$[-2;\,-1]\cup[1;\,2]$	**10.12**	$[-1;\,3]$
10.13	$(-\infty;\,-3)\cup[-1;\,2]\cup(3;\,+\infty)$	**10.14**	$(-\infty;\,-5)\cup(-2;\,1]$
10.15	$[-3;\,-1]$	**10.16**	$[1{,}5;\,3+\sqrt{5})$

И. Итоговая проверка

И.1	$(-\infty;\,3]$	**И.2**	$(2;\,6]$
И.3	$(-6;\,1)$	**И.4**	$(-\infty;\,-2]\cup[4;\,+\infty)$
И.5	$(-\infty;\,-3)\cup(3;\,+\infty)$	**И.6**	$(-\infty;\,-2]\cup\{5\}$
И.7	$[-3;\,4)$	**И.8**	$(-\infty;\,-1)\cup[2;\,+\infty)$
И.9	$(6;\,6+\sqrt{2})$	**И.10**	$(-\infty;\,-3]\cup[-1;\,1]\cup[3;\,+\infty)$

Краткие решения заданий 10.А

10.1 $(x-2)^2 < \sqrt{7}(x-2)$

$(x-2)(x-2-\sqrt{7}) < 0$

нули 2 и 2 + √7; между ними «−»

Ответ: (2; 2 + √7)

10.2 $(x+4)^2 \geq \sqrt{3}(x+4)$

$(x+4)(x+4-\sqrt{3}) \geq 0$

нули −4 и √3 − 4; берём крайние промежутки с концами

Ответ: (−∞; −4] ∪ [√3 − 4; +∞)

10.3 $(x-5)^2 > \sqrt{2}(x-5)$

$(x-5)(x-5-\sqrt{2}) > 0$

нули 5 и 5 + √2

Ответ: (−∞; 5) ∪ (5 + √2; +∞)

10.4 $x^2(-x^2-36) \leq 36(-x^2-36)$

$(-x^2-36)(x^2-36) \leq 0$

$-x^2 - 36 < 0 \Rightarrow x^2 - 36 \geq 0$

Ответ: (−∞; −6] ∪ [6; +∞)

10.5 $x^2(-x^2-100) \geq 100(-x^2-100)$

$(-x^2-100)(x^2-100) \geq 0$

$-x^2 - 100 < 0 \Rightarrow x^2 - 100 \leq 0$

Ответ: [−10; 10]

10.6 $\dfrac{-11}{(x+2)^2-3} \geq 0$

числитель < 0 ⇒ $(x+2)^2 - 3 < 0$

$(x+2-\sqrt{3})(x+2+\sqrt{3}) < 0$

Ответ: (−2 − √3; √3 − 2)

10.7 $\dfrac{-15}{(x-1)^2-4} \leq 0$

числитель < 0 ⇒ знаменатель > 0: $(x-1)^2 - 4 > 0$

$(x-3)(x+1) > 0$

Ответ: (−∞; −1) ∪ (3; +∞)

10.8 $(4x-7)^2 \geq (7x-4)^2$

$(-3x-3)(11x-11) \geq 0$

$(x+1)(x-1) \leq 0$

Ответ: [−1; 1]

10.9 $(2x-5)^2 \leq (5x-2)^2$

$(2x-5-5x+2)(2x-5+5x-2) \leq 0$

$(-3x-3)(7x-7) \leq 0$

$(x+1)(x-1) \geq 0$

Ответ: (−∞; −1] ∪ [1; +∞)

10.10 $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 > 0$

$x^2(x+3) - 4(x+3) > 0$

$(x+3)(x-2)(x+2) > 0$

знаки справа налево: +, −, +, −

Ответ: (−3; −2) ∪ (2; +∞)

10.11 $x^4 - 5x^2 + 4 \le 0$

$t = x^2$: $t^2 - 5t + 4 \le 0, 1 \le t \le 4$

$1 \le x^2 \le 4$

$(x-1)(x+1)(x-2)(x+2) \le 0$

Ответ: [−2; −1] ∪ [1; 2]

10.12 $(x^2 - 2x)^2 - 2(x^2 - 2x) - 3 \le 0$

$t = x^2 - 2x$: $t^2 - 2t - 3 \le 0$, $-1 \le t \le 3$

$x^2 - 2x \ge -1 \Leftrightarrow (x-1)^2 \ge 0$ — верно всегда

$x^2 - 2x - 3 \le 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+1) \le 0$

Ответ: [−1; 3]

10.13 $\dfrac{x^2 - x - 2}{x^2 - 9} \ge 0$

$\dfrac{(x-2)(x+1)}{(x-3)(x+3)} \ge 0$

нули числителя −1, 2 (●), знаменателя −3, 3 (○)

Ответ: (−∞; −3) ∪ [−1; 2] ∪ (3; +∞)

10.14 $\dfrac{x-1}{x+2} \le \dfrac{x-1}{x+5}$

$(x-1)\left(\dfrac{1}{x+2} - \dfrac{1}{x+5}\right) \le 0$

$\dfrac{3(x-1)}{(x+2)(x+5)} \le 0$

Ответ: (−∞; −5) ∪ (−2; 1]

10.15 $(x^2 + 4x)^2 + 7(x^2 + 4x) + 12 \le 0$

$t = x^2 + 4x$: $(t+3)(t+4) \le 0$, $-4 \le t \le -3$

$(x+2)^2 \ge 0$ — верно всегда; $x^2 + 4x + 3 \le 0$

Ответ: [−3; −1]

10.16 $\begin{cases} \dfrac{-10}{(x-3)^2 - 5} \ge 0 \\ 2x - 3 \ge 0 \end{cases}$

первое: $(x-3)^2 < 5 \Rightarrow 3 - \sqrt{5} < x < 3 + \sqrt{5}$

второе: $x \ge 1{,}5$

$3 - \sqrt{5} < 1{,}5$, так как $\sqrt{5} > 1{,}5$ ($5 > 2{,}25$)

пересечение: $1{,}5 \le x < 3 + \sqrt{5}$

Ответ: [1,5; 3 + √5)