УЧЕБНЫЙ ЦЕНТР «ХОРОШИСТ» · ФИЗИКА · ОГЭ

Движение по окружности, колебания и волны

Материал на занятие и домашнее задание

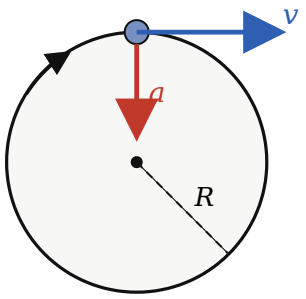
Теория и формулы | 8 разобранных примеров | 100 заданий: от 7 класса до части 2 ОГЭ

Договорённости для всех задач (если в условии не сказано иное): $g = 10$ м/с² · $\pi \approx 3{,}14$ · в формулах маятников удобно брать $\pi^2 \approx 10$ · скорость звука в воздухе 340 м/с, в воде 1500 м/с. Сопротивлением воздуха пренебрегаем.

Как работать с файлом. На занятии: теория → примеры → задания, отмеченные тёмным номером. Дома: все задания со светлым номером. Каждое решение оформляй: *Дано → формула → подстановка с единицами → ответ*.

1. Равномерное движение по окружности

Тело движется **равномерно по окружности**, если за любые равные промежутки времени оно проходит дуги одинаковой длины. Модуль скорости при этом постоянен, а её **направление** всё время меняется, поэтому такое движение — движение с ускорением.



Скорость v — по касательной, ускорение a — к центру

Период и частота

Период T — время одного полного оборота. Единица — секунда (с).

Частота ν («ню») — число оборотов за 1 секунду. Единица — герц: 1 Гц = 1 об/с = 1 с$^{-1}$.

$$T = \frac{t}{N} \qquad \nu = \frac{N}{t} \qquad \nu = \frac{1}{T}$$

N — число оборотов (колебаний), t — время, за которое они совершены

Перевод единиц. Частоту часто дают в оборотах в минуту: **об/мин : 60 = об/с = Гц**. Например, 1200 об/мин = 20 Гц. 1 кГц = 1000 Гц, 1 мс = 0,001 с, 1 сут = 86 400 с.

Линейная скорость

За один период точка проходит длину окружности $2\pi R$. Значит, модуль скорости

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R\nu$$

Вектор скорости в каждой точке направлен **по касательной** к окружности (перпендикулярно радиусу). Если нить, удерживающая камень, оборвётся, камень полетит по касательной.

Угловая скорость

Радиус, проведённый к точке, за время t поворачивается на угол φ (в радианах; полный оборот = 2π рад = 360°). **Угловая скорость** ω («омега») — угол поворота за 1 с, единица рад/с.

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \qquad v = \omega R$$

У всех точек одного вращающегося диска угловая скорость одинакова, а линейная скорость тем больше, чем дальше точка от оси.

Центростремительное ускорение

Ускорение при равномерном движении по окружности направлено **к центру** и называется центростремительным:

$$a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

Динамика. По второму закону Ньютона равнодействующая всех сил, действующих на тело, тоже направлена к центру: $F = ma = \frac{mv^2}{R}$. Её роль играют реальные силы: натяжение нити, трение шин об асфальт, сила тяжести и реакция опоры на мосту, притяжение Земли для спутника.

Мост и «невесомость». В верхней точке выпуклого моста: $mg - N = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow N = m(g - \frac{v^2}{R})$ — вес автомобиля меньше mg. В нижней точке вогнутого моста: $N = m(g + \frac{v^2}{R})$ — вес больше. Если $v^2 = gR$, на выпуклом мосту $N = 0$ (невесомость). То же условие $v = \sqrt{gR}$ даёт первую космическую скорость спутника.

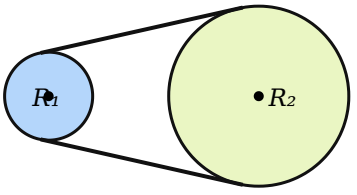
Передачи: ремень, цепь, шестерни

Общая ось (колёса насажены на один вал): одинаковы T, ν, ω.

Ремень, цепь или сцепленные зубья: одинакова линейная скорость ободов $v_1 = v_2$, поэтому

$$\nu_1 R_1 = \nu_2 R_2 \quad \text{и} \quad \nu_1 z_1 = \nu_2 z_2$$

z — число зубьев. Маленькое колесо крутится быстрее большого во столько раз, во сколько его радиус меньше.



Ремённая передача: $v_1 = v_2$

2. Механические колебания

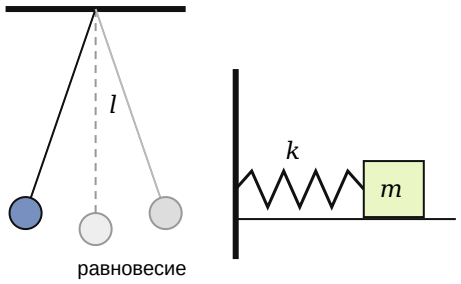
Колебания — движения, которые точно или приблизительно повторяются через равные промежутки времени. Примеры: груз на нити, груз на пружине, качели, струна, мембрана динамика.

Положение равновесия — точка, где равнодействующая сил равна нулю (тело может там покоиться).

Амплитуда A — наибольшее отклонение от положения равновесия (м, см).

Период T — время одного полного колебания: туда и обратно, с возвратом в исходную точку с тем же направлением движения.

Частота $\nu = \frac{1}{T} = \frac{N}{t}$ — число колебаний за 1 с.



Математический и пружинный маятники

Путь при колебаниях. За четверть периода тело проходит путь A (от крайней точки до положения равновесия), за полпериода — $2A$ (из одной крайней точки в другую), **за период — $4A$**. Перемещение за целый период равно нулю.

Маятники и формулы их периода

Маятник	Период	От чего зависит период
Математический: груз на лёгкой нерастяжимой нити длиной l	$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$	Растёт с длиной нити; на Луне (g меньше) период больше. **Не зависит** от массы груза и от амплитуды (при малых отклонениях).
Пружинный: груз массой m на пружине жёсткостью k	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	Растёт с массой, уменьшается с жёсткостью. Не зависит от g и от амплитуды.

Полезный приём. Период зависит от *корня*: длину (или массу) увеличили в 4 раза — период вырос в 2 раза; в 9 раз — в 3 раза. С $\pi^2 \approx 10$ и $g = 10$ м/с² для математического маятника получается $T^2 \approx 4l$: маятник длиной 1 м имеет период ≈ 2 с.

Энергия при колебаниях

Без трения полная механическая энергия сохраняется, кинетическая и потенциальная переходят друг в друга. В крайних точках скорость равна нулю, энергия целиком потенциальная. В положении равновесия скорость наибольшая.

Пружинный: $\frac{kA^2}{2} = \frac{mv^2_{max}}{2}$ Нитяной: $mgh = \frac{mv^2_{max}}{2} \Rightarrow v_{max} = \sqrt{2gh}$

Виды колебаний. *Свободные* — под действием внутренних сил после толчка; *затухающие* — амплитуда уменьшается из-за трения; *вынужденные* — под действием периодической внешней силы. **Резонанс** — резкий рост амплитуды вынужденных колебаний, когда частота внешней силы совпадает с собственной частотой системы.

График колебаний $x(t)$

По графику координаты от времени: амплитуда — наибольшее значение $|x|$, период — расстояние по оси времени между двумя соседними одинаковыми «горбами» (или двумя соседними прохождениями нуля в одну сторону).

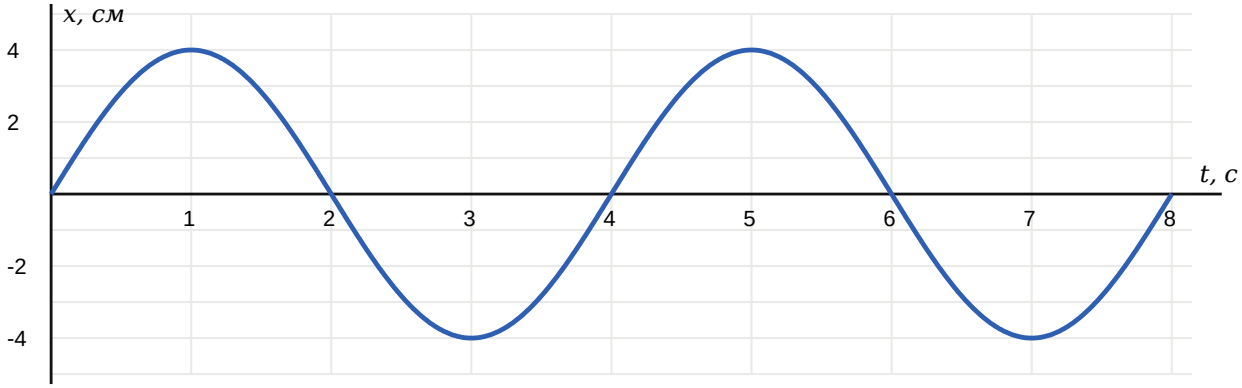


Рис. 1. График колебаний груза (используется в заданиях 45–47)

3. Механические волны и звук

Волна — распространение колебаний в среде. Волна переносит энергию, вещество при этом не переносится: частицы колеблются около своих положений.

Поперечная волна: частицы колеблются перпендикулярно направлению распространения (волна на шнуре, на поверхности воды). *Продольная*: колебания вдоль направления распространения, сжатия и разрежения (звук в воздухе).

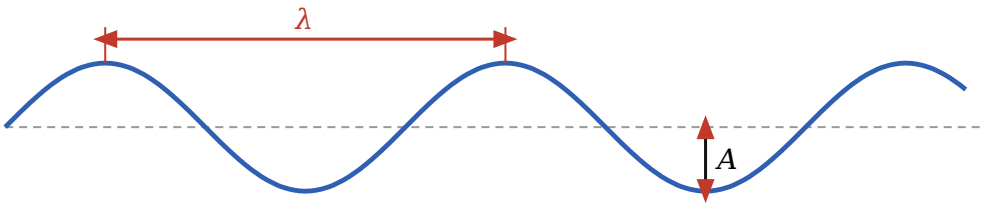


Рис. 2. Длина волны λ — расстояние между соседними гребнями

$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu} \qquad v = \lambda\nu$$

λ («лямбда») — длина волны: путь, который волна проходит за один период

Звук — продольные волны с частотой от 20 Гц до 20 000 Гц (слышимый диапазон). Ниже 20 Гц — инфразвук, выше 20 кГц — ультразвук. В вакууме звук не распространяется.

Высота тона определяется частотой, **громкость** — амплитудой. При переходе волны в другую среду **частота не меняется**, меняются скорость и длина волны.

Эхо и эхолот. Звук проходит путь до препятствия и обратно: $2s = vt \Rightarrow s = \frac{vt}{2}$. **Гроза:** свет приходит практически мгновенно, поэтому расстояние до молнии $s = v_{зв}t$ (без деления на 2).

4. Сводная таблица формул

Величина	Формулы	Единица
Период	$T = \frac{t}{N} = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi R}{v}$	с
Частота	$\nu = \frac{N}{t} = \frac{1}{T}$	Гц = $с^{-1}$
Линейная скорость	$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R\nu = \omega R$	м/с
Угловая скорость	$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu = \frac{v}{R}$	рад/с
Центростремительное ускорение	$a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$	$м/с^2$
Второй закон Ньютона по окружности	$F = \frac{mv^2}{R}$	Н
Мост: выпуклый / вогнутый	$N = m(g - \frac{v^2}{R})$ / $N = m(g + \frac{v^2}{R})$	Н
Передачи	$\nu_1 R_1 = \nu_2 R_2, \quad \nu_1 z_1 = \nu_2 z_2$	—
Путь при колебаниях	$s = 4A \cdot$ (число периодов)	м
Математический маятник	$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$	с
Пружинный маятник	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	с
Энергия колебаний	$E = \frac{kA^2}{2} = \frac{mv^2_{max}}{2}, \quad mgh = \frac{mv^2}{2}$	Дж
Длина волны	$\lambda = vT = \frac{v}{\nu}$	м
Эхо	$s = \frac{vt}{2}$	м

5. Примеры решения задач

Пример 1. Период и частота. Барабан стиральной машины сделал 300 оборотов за 30 с. Найдите период и частоту вращения.

$N = 300$
$t = 30$ с
———————
T — ? ν — ?

$T = \frac{t}{N} = \frac{30\text{ с}}{300} = 0{,}1$ с. $\quad \nu = \frac{N}{t} = \frac{300}{30\text{ с}} = 10$ Гц.
Проверка: $\nu \cdot T = 10 \cdot 0{,}1 = 1$ ✓.

Ответ: 0,1 с; 10 Гц

Пример 2. Линейная и угловая скорость. Колесо радиусом 0,4 м вращается с частотой 5 Гц. Найдите скорость точек обода и угловую скорость колеса.

R = 0,4 м
ν = 5 Гц
———
v — ? ω — ?

$\omega = 2\pi\nu = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 5 = 31{,}4$ рад/с.

$v = \omega R = 31{,}4 \cdot 0{,}4 = 12{,}56$ м/с.

Ответ: ≈ 12,6 м/с; 31,4 рад/с

Пример 3. Центростремительное ускорение. Автомобиль едет со скоростью 54 км/ч по закруглению дороги радиусом 75 м. Найдите его ускорение.

v = 54 км/ч = 15 м/с
R = 75 м
———
a — ?

Сначала переводим скорость: 54 : 3,6 = 15 м/с.

$a = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{15^2}{75} = \dfrac{225}{75} = 3$ м/с². Ускорение направлено к центру закругления.

Ответ: 3 м/с²

Пример 4. Ремённая передача. Шкив двигателя радиусом 5 см делает 1500 об/мин. Ремнём он связан со шкивом станка радиусом 25 см. Найдите частоту вращения шкива станка.

R_1 = 5 см
ν_1 = 1500 об/мин
R_2 = 25 см
———
ν_2 — ?

Ремень не проскальзывает, поэтому скорости ободов равны: $2\pi R_1\nu_1 = 2\pi R_2\nu_2$.

$\nu_2 = \dfrac{\nu_1 R_1}{R_2} = \dfrac{1500 \cdot 5}{25} = 300$ об/мин = 5 Гц. (Радиусы можно не переводить в метры: они входят отношением.)

Ответ: 300 об/мин (5 Гц)

Пример 5. Математический маятник. Какой длины должен быть маятник, чтобы его период был 3 с? ($\pi^2 \approx 10$)

T = 3 с
g = 10 м/с²
———
l — ?

Возводим формулу в квадрат: $T^2 = 4\pi^2 \cdot \dfrac{l}{g} \Rightarrow l = \dfrac{gT^2}{4\pi^2} = \dfrac{10 \cdot 9}{4 \cdot 10} = 2{,}25$ м.

Ответ: 2,25 м

Пример 6. Пружинный маятник и энергия. Груз массой 0,4 кг колеблется на пружине жёсткостью 160 Н/м с амплитудой 5 см. Найдите период колебаний и наибольшую скорость груза.

m = 0,4 кг
k = 160 Н/м
A = 0,05 м
———
T — ? v_{max} — ?

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{0{,}4}{160}} = 2\pi\sqrt{0{,}0025} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}05 = 0{,}314$ с.

Закон сохранения энергии: $\dfrac{kA^2}{2} = \dfrac{mv_{max}^2}{2} \Rightarrow v_{max} = A\sqrt{\dfrac{k}{m}} = 0{,}05 \cdot \sqrt{400} =$ $0{,}05 \cdot 20 = 1$ м/с.

Ответ: 0,314 с; 1 м/с

Пример 7. Волна и эхо. а) Звук частотой 500 Гц распространяется в воздухе. Найдите длину волны. б) Эхолот принял отражённый от дна сигнал через 0,8 с после отправки. Найдите глубину моря.

а) v = 340 м/с
ν = 500 Гц
б) v = 1500 м/с
t = 0,8 с

а) $\lambda = \dfrac{v}{\nu} = \dfrac{340}{500} = 0{,}68$ м.

б) Сигнал прошёл до дна и обратно: $h = \dfrac{vt}{2} = \dfrac{1500 \cdot 0{,}8}{2} = 600$ м.

Ответ: 0,68 м; 600 м

Пример 8 (уровень части 2 ОГЭ). Выпуклый мост. Автомобиль массой 2 т проезжает верхнюю точку выпуклого моста радиусом 50 м со скоростью 36 км/ч. С какой силой автомобиль давит на мост?

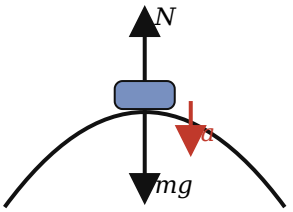
m = 2000 кг
R = 50 м
v = 36 км/ч = 10 м/с
———
P — ?

На автомобиль действуют сила тяжести mg (вниз) и сила реакции N (вверх). Ускорение направлено к центру — вниз. Второй закон Ньютона в проекции на ось, направленную вниз:

$$mg - N = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow N = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right) = 2000 \cdot \left(10 - \frac{100}{50}\right) = 2000 \cdot 8 = 16\,000 \text{ Н}.$$

По третьему закону Ньютона автомобиль давит на мост с такой же силой: $P = N$.

Ответ: 16 кН



Типичные ошибки. 1) Не перевели км/ч в м/с (делим на 3,6) или см в м. 2) Перепутали период и частоту: период — секунды на оборот, частота — обороты в секунду. 3) В формуле $a = v^2/R$ забыли возвести скорость в квадрат. 4) В задачах на эхо забыли разделить на 2. 5) Путь при колебаниях за период считали равным A или $2A$ вместо $4A$.

6. Задания

— решаем на занятии — домашнее задание

Блок А. Период, частота, длина окружности

уровень 7 класса · № 1–20 · на занятии: № 1, 2, 3, 4, 5, 6, 18

1. Колесо делает 30 оборотов за 60 с. Найдите период вращения колеса.
2. Карусель совершает 5 оборотов за 40 с. Найдите период вращения карусели.
3. Лопасти вентилятора делают 50 оборотов за 10 с. Найдите частоту вращения.
4. Маятник совершил 20 колебаний за 40 с. Найдите период и частоту колебаний.
5. Период вращения диска 0,25 с. Найдите частоту.
6. Частота переменного тока в сети 50 Гц. Найдите период.
7. Найдите периоды вращения секундной, минутной и часовой стрелок часов. Ответы выразите в секундах.
8. Частота вращения колеса 2 Гц. Сколько оборотов оно сделает за 1 минуту?
9. Период колебаний груза 0,5 с. Сколько колебаний он совершит за 30 с?
10. Вал двигателя делает 1200 об/мин. Выразите частоту вращения в герцах.
11. Барабан центрифуги делает 600 об/мин. Найдите частоту (в Гц) и период вращения.
12. Найдите период вращения Земли вокруг своей оси в секундах.
13. Сколько времени займут 40 оборотов колеса, если частота его вращения 8 Гц?
14. Струна колеблется с частотой 440 Гц (нота «ля»). Сколько колебаний она совершит за 0,5 с?
15. Переведите: 2,5 кГц — в герцы; 300 мс — в секунды; 1 МГц — в герцы.
16. Первое колесо делает 12 оборотов за 4 с, второе — 30 оборотов за 15 с. Какое колесо вращается быстрее и во сколько раз?
17. Колибри машет крыльями с частотой 50 Гц. Сколько взмахов она делает за 1 минуту?
18. Найдите длину окружности радиусом 10 см.
19. Колесо велосипеда радиусом 0,5 м сделало 100 оборотов без проскальзывания. Какой путь проехал велосипед?
20. Велосипедист проехал 628 м. Радиус колеса 0,4 м. Сколько оборотов сделало колесо?

Блок В. Скорость и ускорение при движении по окружности

8–9 класс · № 21–40 · на занятии: № 21, 22, 23, 24, 25, 26, 36, 37

21. Точка движется по окружности радиусом 2 м с периодом 3,14 с. Найдите её скорость.
22. Колесо радиусом 0,5 м вращается с частотой 2 Гц. Найдите скорость точек обода.
23. Период вращения диска 2 с. Найдите угловую скорость диска.
24. Тело движется со скоростью 10 м/с по окружности радиусом 5 м. Найдите центростремительное ускорение.

25 Угловая скорость колеса 4 рад/с, радиус 0,5 м. Найдите скорость точек обода и их ускорение.

26 Автомобиль едет со скоростью 72 км/ч по повороту радиусом 40 м. Найдите его центростремительное ускорение.

27 Центростремительное ускорение тела 5 м/с², радиус окружности 20 м. Найдите скорость тела.

28 Скорость тела 6 м/с, центростремительное ускорение 12 м/с². Найдите радиус окружности.

29 Как изменится центростремительное ускорение, если скорость тела увеличить в 2 раза, а радиус оставить прежним?

30 Как изменятся скорость и центростремительное ускорение точки, если радиус увеличить в 2 раза при той же частоте вращения?

31 Скорость тела не меняется, а радиус окружности уменьшили в 3 раза. Как изменилось центростремительное ускорение?

32 Земля движется вокруг Солнца по орбите радиусом $1{,}5 \cdot 10^{11}$ м с периодом 1 год $\approx 3{,}14 \cdot 10^{7}$ с. Найдите скорость Земли в км/с.

33 Точка обода диска движется со скоростью 31,4 м/с, диск делает 10 об/с. Найдите радиус диска.

34 Шарик равномерно движется по окружности. Куда направлены вектор скорости и вектор ускорения шарика? Сделайте рисунок.

35 Колесо вращается с угловой скоростью 10 рад/с, радиус колеса 0,3 м. Найдите скорость и ускорение точек обода.

36 Две точки диска находятся на расстояниях 10 см и 30 см от оси. Сравните их угловые скорости, линейные скорости и ускорения.

37 Шкив радиусом 10 см вращается с частотой 6 Гц и ремнём связан со шкивом радиусом 30 см. Найдите частоту вращения второго шкива.

38 Шестерня с 20 зубьями делает 90 об/мин и сцеплена с шестерней, у которой 60 зубьев. Найдите частоту вращения второй шестерни.

39 У велосипеда на передней звёздочке 48 зубьев, на задней — 16. Велосипедист крутит педали с частотой 1 об/с, радиус колеса 0,35 м. Найдите скорость велосипеда ($\pi = 3$).

40 Колесо радиусом 0,25 м катится без проскальзывания, скорость оси 5 м/с. Найдите угловую скорость колеса.

Блок С. Колебания, маятники, энергия

9 класс · № 41–60 · на занятии: № 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49

41 Амплитуда колебаний груза 5 см. Какой путь проходит груз за один период?

42 Амплитуда колебаний 3 см, период 2 с. Какой путь пройдёт тело за 10 с?

43 Груз на нити переходит из крайнего положения в положение равновесия за 0,5 с. Найдите период колебаний.

44 Груз на пружине проходит путь от одного крайнего положения до другого за 0,3 с. Найдите период колебаний.

45 По графику на рис. 1 (раздел 2) определите амплитуду колебаний.

46 По графику на рис. 1 определите период и частоту колебаний.

47 По графику на рис. 1 определите путь, пройденный телом за первые 6 с.

48 Найдите период колебаний математического маятника длиной 1 м.

49 Какой длины должен быть математический маятник, чтобы его период был 1 с?

50 Как изменится период математического маятника, если длину нити увеличить в 4 раза?

51 Длину нити маятника уменьшили в 9 раз. Как изменился период?

52 Маятник перенесли с Земли ($g = 10$ м/с²) на Луну ($g = 1{,}6$ м/с²). Во сколько раз изменился его период?

53 Груз массой 0,1 кг колеблется на пружине жёсткостью 40 Н/м. Найдите период колебаний.

54 Найдите период колебаний груза массой 250 г на пружине жёсткостью 10 Н/м.

55 Массу груза пружинного маятника увеличили в 4 раза. Как изменился период?

56 Груз оставили прежним, а пружину заменили на другую, в 4 раза более жёсткую. Как изменился период?

57 Период колебаний пружинного маятника 1 с, жёсткость пружины 40 Н/м. Найдите массу груза.

58 Два одинаковых по длине маятника: у первого груз 100 г, у второго 400 г. Какой из них колеблется с большим периодом? Ответ поясните.

59 Груз на пружине жёсткостью 100 Н/м колеблется с амплитудой 10 см. Найдите полную механическую энергию колебаний.

60 Груз маятника проходит нижнюю точку со скоростью 2 м/с. На какую высоту над нижней точкой он поднимается?

Блок D. Волны и звук

9 класс · № 61–75 · на занятии: № 61, 62, 63, 64, 65, 66

61 Скорость волны 2 м/с, период колебаний 0,5 с. Найдите длину волны.

62 Звук частотой 170 Гц распространяется в воздухе. Найдите длину звуковой волны.

63 Длина звуковой волны в воде 1,5 м. Найдите частоту звука.

64 Расстояние между соседними гребнями волны 3 м, лодка качается на волнах с периодом 2 с. Найдите скорость волны.

65 Поплавок за 10 с совершил 20 колебаний, расстояние между соседними гребнями 1,2 м. Найдите скорость волны.

66 Эхо от скалы вернулось через 4 с после крика. На каком расстоянии находится скала?

67 Сигнал эхолота вернулся через 0,6 с. Найдите глубину моря.

68 Гром услышали через 6 с после вспышки молнии. На каком расстоянии ударила молния?

69 Звук переходит из воздуха (340 м/с) в воду (1530 м/с). Какая характеристика волны не изменится? Во сколько раз изменится длина волны?

70 Человек слышит звуки от 20 Гц до 20 кГц. Найдите наибольшую и наименьшую длину слышимой звуковой волны в воздухе.

71 От какой характеристики колебаний зависит высота звука? А громкость?

72 Летучая мышь издаёт ультразвук частотой 85 кГц. Найдите длину волны в воздухе.

73 Звуковая волна в воздухе — поперечная или продольная? Распространяется ли звук в вакууме?

74 Волна на шнуре за 5 с проходит 10 м, частота колебаний 4 Гц. Найдите длину волны.

75 Расстояние между ближайшими точками звуковой волны в воздухе, колеблющимися в противофазе, равно 0,85 м. Найдите частоту звука.

Блок Е. Задачи уровня части 2 ОГЭ

комбинированные и расчётные · № 76–100 · на занятии: № 76, 78, 86

76 Автомобиль массой 1 т проезжает верхнюю точку выпуклого моста радиусом 40 м со скоростью 10 м/с. С какой силой он давит на мост?

77 Автомобиль массой 1,5 т проезжает нижнюю точку вогнутого моста радиусом 50 м со скоростью 20 м/с. С какой силой он давит на мост?

78 При какой скорости автомобиль в верхней точке выпуклого моста радиусом 40 м окажется в состоянии невесомости? Ответ дайте в км/ч.

79 Шарик массой 0,5 кг на нити длиной 1 м равномерно вращается по гладкому горизонтальному столу со скоростью 4 м/с. Найдите силу натяжения нити.

80 С какой наибольшей скоростью автомобиль может пройти горизонтальный поворот радиусом 80 м, если коэффициент трения шин о дорогу 0,5?

81 Найдите скорость спутника, движущегося по круговой орбите у самой поверхности Земли. Радиус Земли 6400 км.

82 Найдите период обращения спутника из задачи 81. Ответ дайте в минутах.

83 Ведро с водой вращают в вертикальной плоскости на верёвке длиной 0,9 м. С какой наименьшей скоростью должно двигаться ведро в верхней точке, чтобы вода не выливалась?

84 Шарик массой 0,2 кг на нити длиной 0,4 м вращается в вертикальной плоскости. В нижней точке его скорость 4 м/с. Найдите силу натяжения нити в этой точке.

85 Груз массой 100 г на нити длиной 1 м проходит положение равновесия со скоростью 2 м/с. Найдите силу натяжения нити в этот момент.

86 Груз маятника отвели в сторону так, что он поднялся на 45 см, и отпустили. Найдите его скорость в нижней точке.

87 Груз массой 0,5 кг на пружине жёсткостью 200 Н/м колеблется с амплитудой 5 см. Найдите наибольшую скорость груза.

88 Груз массой 0,2 кг на пружине колеблется с амплитудой 10 см, наибольшая скорость груза 1 м/с. Найдите жёсткость пружины.

89 За одно и то же время первый маятник совершает 30 колебаний, второй — 20. Длина первого маятника 40 см. Найдите длину второго.

90 Маятник совершает 30 колебаний за 1 минуту. Найдите длину маятника.

91 Маятник часов имеет период 1 с. На сколько нужно изменить его длину, чтобы период стал 2 с?

92 Под действием подвешенного груза пружина растянулась на 2,5 мм. Найдите период вертикальных колебаний этого груза на пружине.

93 Колесо катится без проскальзывания, скорость его оси 2 м/с. С какой скоростью относительно земли движутся верхняя и нижняя точки обода?

94 Длина часовой стрелки 3 см, минутной — 4 см. Во сколько раз скорость конца минутной стрелки больше скорости конца часовой?

95 В 12:00 часовая и минутная стрелки совпадают. Через сколько минут они совпадут в следующий раз?

96 Лопасть ветряка длиной 20 м делает 15 об/мин. Найдите скорость и центростремительное ускорение конца лопасти ($\pi^2 \approx 10$).

97 Ротор центрифуги радиусом 10 см вращается с частотой 50 Гц. Во сколько раз центростремительное ускорение больше g? ($\pi^2 \approx 10$)

98 Длина подвеса качелей 0,9 м. Найдите период качелей и число полных колебаний за 1 минуту ($\pi^2 \approx 10$).

99 Поплавок поднимается на гребень волны каждые 2 с, расстояние между соседними гребнями 4 м. За какое время волна дойдёт до берега, находящегося в 30 м?

100 Груз массой 1 кг на пружине жёсткостью 40 Н/м оттянули от положения равновесия на 5 см и отпустили. Найдите: а) период колебаний ($\pi^2 \approx 10$); б) путь груза за 3 с; в) полную энергию колебаний.

УЧЕБНЫЙ ЦЕНТР «ХОРОШИСТ» · ТОЛЬКО ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЯ

Ответы к заданиям 1–100

Движение по окружности, колебания и волны

Принято: $g = 10$ м/с², $\pi \approx 3{,}14$, $\pi^2 \approx 10$ (где указано), $v_{зв} = 340$ м/с (воздух), 1500 м/с (вода). Все численные ответы проверены расчётом. Задания на занятии: A 1–6, 18; B 21–26, 36, 37; C 41–49; D 61–66; E 76, 78, 86.

№	Ответ	№	Ответ
1	2 с	**51**	уменьшился в 3 раза
2	8 с	**52**	увеличился в 2,5 раза
3	5 Гц	**53**	0,314 с
4	2 с; 0,5 Гц	**54**	≈ 1 с
5	4 Гц	**55**	увеличился в 2 раза
6	0,02 с	**56**	уменьшился в 2 раза
7	60 с; 3600 с; 43 200 с	**57**	1 кг
8	120	**58**	периоды равны: период не зависит от массы
9	60	**59**	0,5 Дж
10	20 Гц	**60**	0,2 м (20 см)
11	10 Гц; 0,1 с	**61**	1 м
12	86 400 с	**62**	2 м
13	5 с	**63**	1000 Гц
14	220	**64**	1,5 м/с
15	2500 Гц; 0,3 с; 1 000 000 Гц	**65**	2,4 м/с
16	первое, в 1,5 раза (3 Гц и 2 Гц)	**66**	680 м
17	3000	**67**	450 м
18	62,8 см	**68**	2040 м ≈ 2 км
19	314 м	**69**	частота; длина волны увеличится в 4,5 раза
20	250	**70**	17 м и 1,7 см
21	4 м/с	**71**	высота — от частоты; громкость — от амплитуды
22	6,28 м/с	**72**	4 мм
23	$\pi \approx 3{,}14$ рад/с	**73**	продольная; нет
24	20 м/с²	**74**	0,5 м
25	2 м/с; 8 м/с²	**75**	200 Гц ($\lambda = 1{,}7$ м)
26	10 м/с²	**76**	7500 Н
27	10 м/с	**77**	27 000 Н
28	3 м	**78**	20 м/с = 72 км/ч
29	увеличится в 4 раза	**79**	8 Н
30	обе увеличатся в 2 раза	**80**	20 м/с
31	увеличилось в 3 раза	**81**	8000 м/с = 8 км/с
32	30 км/с	**82**	≈ 84 мин
33	0,5 м	**83**	3 м/с
34	скорость — по касательной; ускорение — к центру	**84**	10 Н

35	3 м/с; 30 м/с²	**85**	1,4 Н
36	ω одинаковы; v и a у дальней точки в 3 раза больше	**86**	3 м/с
37	2 Гц	**87**	1 м/с
38	30 об/мин	**88**	20 Н/м
39	6,3 м/с	**89**	90 см
40	20 рад/с	**90**	1 м
41	20 см	**91**	удлинить на 0,75 м
42	60 см	**92**	0,1 с
43	2 с	**93**	4 м/с и 0
44	0,6 с	**94**	в 16 раз
45	4 см	**95**	720/11 = 65 5/11 мин ≈ 65,5 мин
46	4 с; 0,25 Гц	**96**	31,4 м/с; 50 м/с²
47	24 см	**97**	в 1000 раз
48	≈ 2 с	**98**	≈ 1,9 с; 31 колебание
49	0,25 м	**99**	15 с
50	увеличится в 2 раза	**100**	а) 1 с; б) 60 см; в) 0,05 Дж

Комментарии к трудным номерам.

№ 39: колесо делает 48/16 = 3 об/с, $v = 2\cdot3\cdot0{,}35\cdot3 = 6{,}3$ м/с.

№ 47: 6 с = 1,5T, путь $1{,}5\cdot4A = 6\cdot4 = 24$ см.

№ 75: противофаза — половина длины волны, $\lambda = 1{,}7$ м, $\nu = 340/1{,}7 = 200$ Гц.

№ 83: в верхней точке $mg \le mv^2/R \Rightarrow v \ge \sqrt{gR} = 3$ м/с.

№ 89: $T \sim \sqrt{l}$, $T_2/T_1 = 30/20 = 1{,}5 \Rightarrow l_2 = 40\cdot1{,}5^2 = 90$ см.

№ 92: в равновесии $k\Delta l = mg \Rightarrow m/k = \Delta l/g$, $T = 2\pi\sqrt{(\Delta l/g)} = 2\pi\sqrt{(0{,}00025)} \approx 0{,}1$ с.

№ 95: $\omega_{мин} - \omega_{час} = 360°/60 - 360°/720 = 5{,}5°$/мин; 360/5,5 = 720/11 мин.

№ 98: $T^2 \approx 4l = 3{,}6$, $T \approx 1{,}9$ с; $60/1{,}9 \approx 31{,}6 \Rightarrow$ 31 полное колебание.

№ 100: $T = 2\pi\sqrt{(1/40)} \approx 1$ с; 3 периода $\Rightarrow 12A = 60$ см; $E = kA^2/2 = 40\cdot0{,}05^2/2 = 0{,}05$ Дж.